Advanced Soil Mechanics

مکانیک خاک پیشرفته

فصل اول: تنش و کرنش در توده خاک

علیرضا غنی‌زاده

دانشیار دانشکده مهندسی عمران – دانشگاه صنعتی سیرجان

مراجع

- Budhu, Muni. ***SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS***, *(With CD)*. John Wiley & Sons, 3rd edition, 2010.
- Das, Braja M. ***Advanced soil mechanics***. CRC Press, 2013.
- Zienkiewicz O. C. , Morgan K., ***Finite Element and Approximation***. Courier Corporation, 2006.
- **نظریه خمیری خاک و الگوسازی**، دکتر امیرالدین صدرنژاد، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تعاریف

تنش یا شدت بارگذاری عبارت از مقدار بار در واحد سطح است. تعریف اساسی تنش عبارت از نسبت نیروی ΔP در یک صفحه ΔS، به مساحت صفحه یعنی ΔS است وقتی که ΔS به سمت صفر میل می‌کند. Δ نشان دهنده یک مقدار کوچک می‌باشد.

تنش موثر (σ') عبارت از تنشی است که توسط ذرات خاک تحمل می‌شود.

تنش کل (σ) عبارت از تنشی است که توسط ذرات خاک و مایعات و گازهای موجود در فضای خالی خاک تحمل می‌شود.

کرنش یا شدت تغییر شکل عبارت از نسبت تغییر یک بعد به بعد اولیه یا نسبت تغییر طول به طول اولیه است.

وضعیت تنش (کرنش) در یک نقطه عبارت از مجموعه ای از بردارهای تنش (کرنش) نظیر تمام صفحاتی است که از آن نقطه عبور می‌کنند. برای نشان دادن ترسیمی وضعیت تنش (کرنش) برای اجسام دو بعدی از دایره مور استفاده می‌شود.

فشار آب منفذی u، عبارت از فشار آب موجود در فضاهای خالی خاک است.

ایزوتروپ به معنی این است که مصالح در تمام جهات، دارای خواص یکسان و نیز در تمام جهات دارای بارگذاری یکسان باشند.

مواد الاستیک موادی هستند که پس از باربرداری به وضع اول خود برمی‌گردند و از قانون هوک تبعیت می‌کنند.

مواد پلاستیک بعد از باربرداری به شکل اولیه خود برنمی‌گردند.

سوالات مطرح

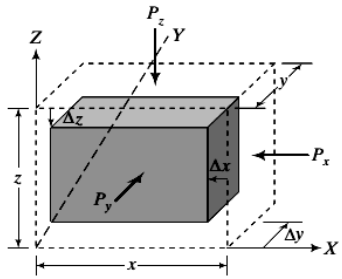
۱- تنش قائم و برشی چیست؟
۲- مفهوم حالت تنش چیست و چگونه تعیین می گردد؟
۳- آیا خاک یک ماده الاستیک (ارتجاعی) است؟
۴- با فرض الاستیک بودن خاک، چه محدودیت هایی در تحلیل خاک‌ها وجود دارد؟
۵- مفهوم کرنش‌های برشی، کرنش‌های قائم، کرنش‌های حجمی و کرنش های انحرافی چیست؟
۶- تحلیل الاستیک برای برآورد نشست الاستیک خاک‌ها چگونه به کار برده می‌شود و محدودیت‌های آن کدامند؟
۷- اختلاف بین کرنش صفحه‌ای و شرایط تقارن محوری چیست؟
۸- چگونه می‌توان تنش‌ها و کرنش‌ها و تغییر مکان‌های ایجادشده در یک توده خاک را تحت اثر بارهای خارجی تعیین نمود؟
۹- تنش مؤثر چیست؟
۱۰- آیا تغییر شکل، ناشی از تنش مؤثر است یا تنش کل؟

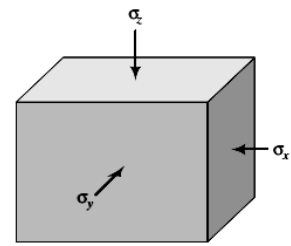
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش‌ها و کرنش‌های نرمال





$$\sigma_z = \frac{P_z}{xy}, \quad \sigma_x = \frac{P_x}{yz}, \quad \sigma_y = \frac{P_y}{xz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}, \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y}$$

کرنش حجمی

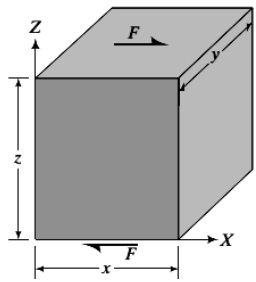
$$\varepsilon_p = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

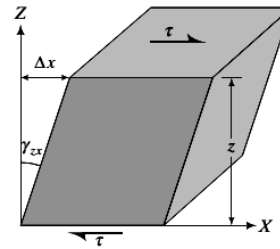
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش‌ها و کرنش‌های برشی



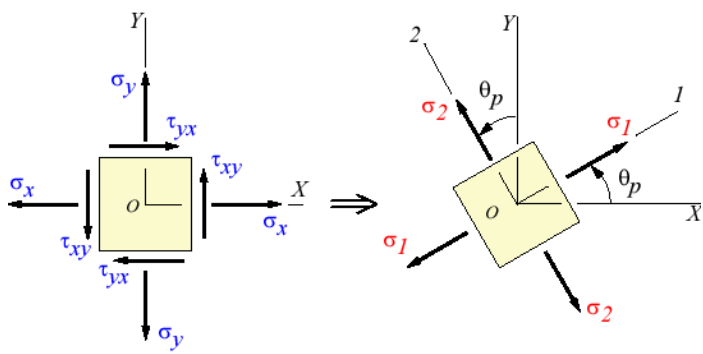


$$\tau = \frac{F}{xy}$$

$$\gamma_{zx} = \tan^{-1}\frac{\Delta x}{z}$$

Small Strain $\quad \gamma_{zx} = \frac{\Delta x}{z}$

تنش‌های اصلی



Stresses in given coordinate system

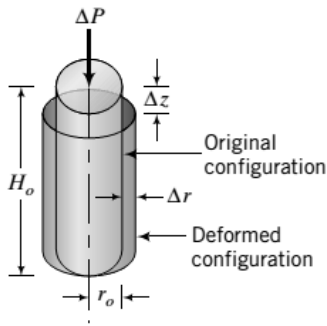
Principal stresses

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

پاسخ مصالح به بارگذاری و باربرداری نرمال



$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta P}{A}$$

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{H_o}$$

$$\Delta\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_o}$$

$$\nu = \frac{-\Delta\varepsilon_r}{\Delta\varepsilon_z}$$

مقادیر ضریب پواسن برای رس و ماسه

Soil type	Description	ν'[a]
Clay	Soft	0.35–0.40
	Medium	0.30–0.35
	Stiff	0.20–0.30
Sand	Loose	0.15–0.25
	Medium	0.25–0.30
	Dense	0.25–0.35

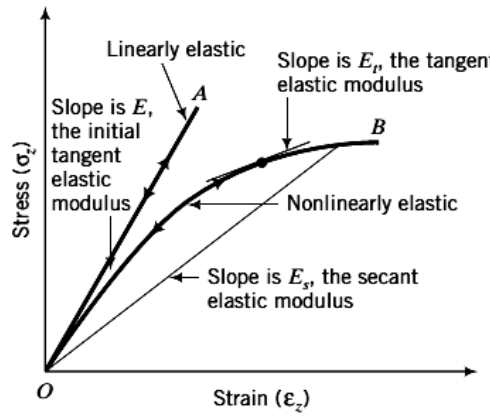
[a]These values are effective values, ν'.

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

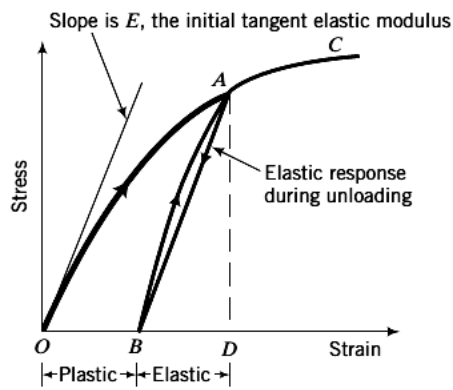
Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

نمودار تنش– کرنش مصالح الاستیک خطی و الاستیک غیر خطی



نمودار تنش – کرنش مصالح الاستو پلاستیک



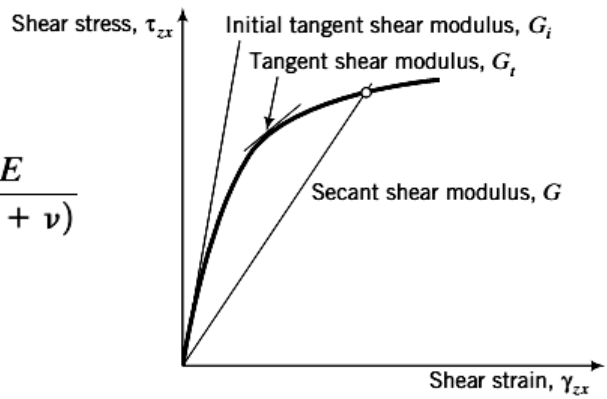
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

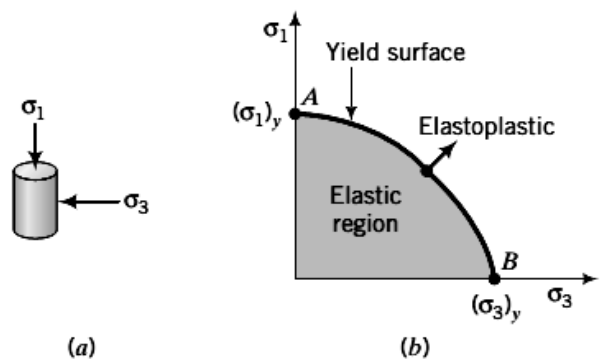
Advanced Soil Mechanics

پاسخ مصالح به نیروهای برشی

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



سطح تسلیم

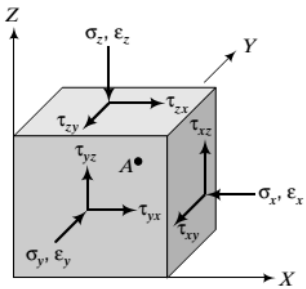


© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

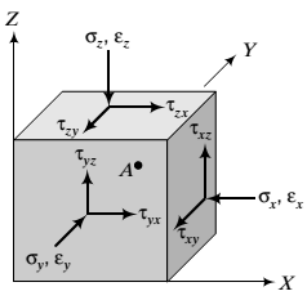
قانون هوک در حالت تنش سه بعدی



$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

قانون هوک در حالت تنش سه بعدی



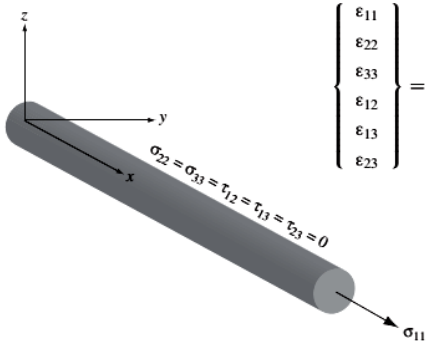
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} \qquad (2.2)$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش محوری

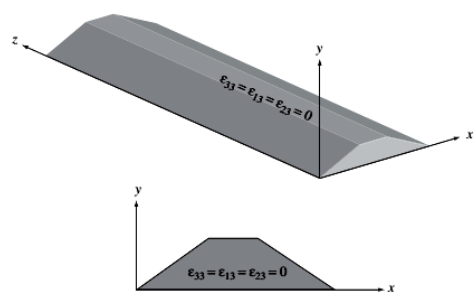


$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{12}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{23}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}$$

$$\varepsilon_{11}=\frac{1}{E}\sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{22}=\varepsilon_{33}=\frac{-\nu}{E}\sigma_{11}$$

کرنش صفحه‌ای



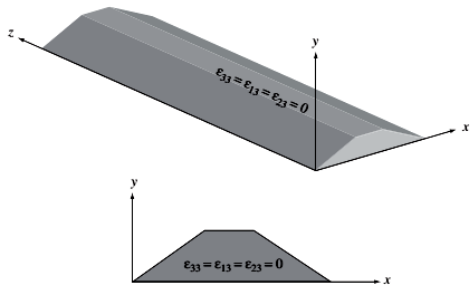
$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \tau_{12}\\ \tau_{13}\\ \tau_{23}\end{Bmatrix}=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0\\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu\end{bmatrix}\times\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ 0\\ \varepsilon_{12}\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

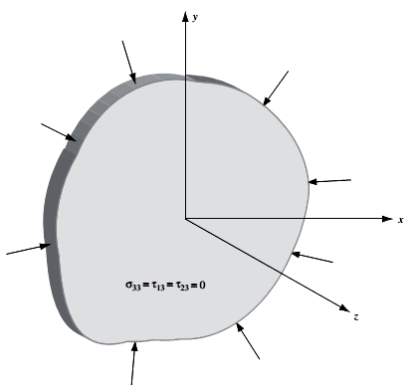
کرنش صفحه‌ای



$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & 0\\ \nu & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & 1-2\nu\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{12}\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{12}\end{Bmatrix}=\frac{1+\nu}{E}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & 0\\ \nu & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}$$

تنش صفحه‌ای



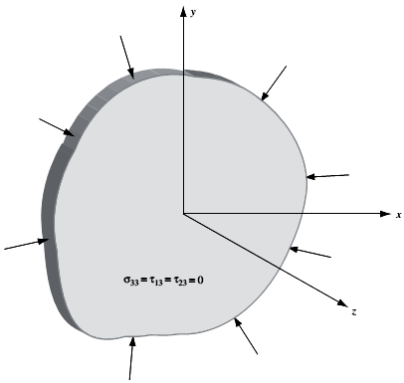
$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{22}\\ \varepsilon_{33}\\ \varepsilon_{12}\\ \varepsilon_{13}\\ \varepsilon_{23}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0\\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ 0\\ \tau_{12}\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

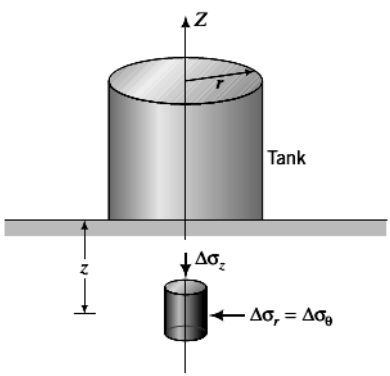
تنش صفحه‌ای



$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}$$

بارگذاری با تقارن محوری



$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -2\nu \\ -\nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & 2\nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۱

یک دیوار حائل در اثر بارگذاری به سمت خارج حرکت می‌کند و در نتیجه آن کرنش جانبی ۰/۱ درصد و کرنش قائم ۰/۰۵ درصد در المان خاک که در عمق ۳ متری سطح زمین قرار دارد، به وجود می‌آید. در صورتی که خاک به صورت الاستیک خطی و ایزوتروپیک با مدول الاستیسیته ۵۰۰۰ کیلو پاسکال و ضریب پواسن ۰/۳ در نظر گرفته شود، افزایش تنش در این المان خاک را محاسبه نمایید. در صورتی که دیوار دارای ارتفاع ۶ متر باشد و تنش محاسبه شده معرف تنش متوسط باشد افزایش نیرو در واحد طول دیوار را محاسبه نمایید.

مثال ۱

گام ۱: حالت مناسب تنش را تعیین کرده و رابطه مناسب را می نویسیم.
المان خاک تحت حالت کرنش صفحه ای است ($\varepsilon_2=0$) و از رابطه (۳-۲۱) استفاده می کنیم.

$$\begin{Bmatrix}\Delta\sigma_1\\ \Delta\sigma_3\end{Bmatrix} = \frac{5000}{(1+0.3)(1-2\times 0.3)}\begin{bmatrix}1-0.3 & 0.3\\ 0.3 & 1-0.3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0.0005\\ -0.001\end{Bmatrix}$$

گام۲: معادله را حل می کنیم.

$$\Delta\sigma_1 = 9615.4\{(0.7\times 0.0005)+[0.3\times(-0.001)]\} = 0.5\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_3 = 9615.4\{(0.3\times 0.0005)+[0.7\times(-0.001)]\} = -5.3\ \text{kPa}$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش تنش است.

گام ۳: نیروی جانبی را به ازای واحد طول محاسبه می کنیم.

$$\Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_x$$

$$\Delta P_x = \int_0^6 \Delta\sigma_x\, dA = -\int_0^6 5.3(dx\times 1) = -[5.3x]_0^6 = -31.8\ \text{kN/m}$$

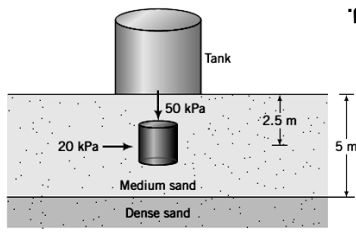
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۲

یک تانک نفت بر روی یک لایه ماسه متوسط به ضخامت ۵ متر قرار گرفته است. لایه ماسه بر روی یک نهشته ضخیم از ماسه متراکم قرار دارد. تجربیات مهندس ژئوتکنیک نشان داده است که نشست تانک تنها ناشی از نشست ماسه متوسط است. وضعیت تنش افقی و قائم در مرکز این لایه رسی در شکل نشان داده شده است. همچنین فرض می شود که لایه رس متوسط الاستیک خطی و ایزوتروپیک و دارای مدول الاستیسیته ۲۰ مگا پاسکال و ضریب پواسن ۰/۳ باشد. مطلوبست کرنش ایجاد شده در این المان به همراه تغییر شکل قائم.



مثال ۲

گام ۱: شکل مسئله را ترسیم می‌کنیم (شکل اسلاید قبل)
گام ۲: در مورد حالت تنش تصمیم می‌گیریم.
المان خاک درست در زیر مرکز مخزن واقع است، لذا شرایط تقارن محوری برقرار است.
گام ۳: روابط مناسب را انتخاب کرده و مسئله را حل می‌کنیم. از رابطه (۳-۲۴) استفاده می‌کنیم.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{20 \times 10^3} \begin{bmatrix} 1 & -0.6 \\ -0.3 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 50 \\ 20 \end{Bmatrix}$$

با استفاده از عملیات جبری خواهیم داشت:

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{1}{20 \times 10^3}[1 \times 50 - 0.6 \times 20] = 1.9 \times 10^{-3}$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{1}{20 \times 10^3}[-0.3 \times 50 + 0.7 \times 20] = -5 \times 10^{-5}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۲

گام ۴: تغییر مکان‌های قائم را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_z$$

$$\Delta z = \int_0^5 \Delta\varepsilon_z dz = [1.9 \times 10^{-3} z]_0^5 = 9.5 \times 10^{-3}\text{m} = 9.5\,\text{mm}$$

مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

برای بیان کامل رفتار غیر ایزوتروپ خاک، ما به ۲۱ ثابت الاستیک نیاز داریم (Love, 1927) در خصوص غیرایزوتروپی عرضی، ما فقط به ۵ ثابت الاستیک نیاز داریم که عبارتند از E_z، E_x، v_{xx}، v_{zx} و v_{zz}.اولین حرف از اندیس دوگانه نشان دهنده جهت بارگذاری و دومین حرف نشان‌دهنده جهت اندازه‌گیری است. به عنوان مثال v_{zx} نشان‌دهنده ضریب پواسونی است که از نسبت کرنش در جهت جانبی (جهت x) به کرنش در جهت قائم (جهت z) با بار وارده در جهت قائم (جهت z) تعیین می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varepsilon_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_z} & \frac{-2\nu_{rz}}{E_r} \\ \frac{-\nu_{zr}}{E_z} & \frac{(1-\nu_{rr})}{E_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_z \\ \Delta\sigma_r \end{Bmatrix}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

- ✓ انواع ناهمسانگردی در خاک عبارتند از **ناهمسانگردی سازه‌ای** و **ناهمسانگردی تنشی**.
- ✓ ناهمسانگردی سازه‌ای مربوط به تاریخچه بارگذاری و شرایط زمان ته نشینی است و ناهمسانی تنشی ناشی از تفاوت در تنش‌ها در راستاهای مختلف است.
- ✓ ناهمسانی عرضی یعنی اینکه مشخصات مصالح در راستای افقی یکسان و متفاوت از جهت قائم است.

مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ (ناهمسانگرد)

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16}\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26}\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36}\\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46}\\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56}\\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{bmatrix}$$

ناهمسانگردی کامل با ۲۱ پارامتر

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ عرضی (ناهمسانگرد عرضی)

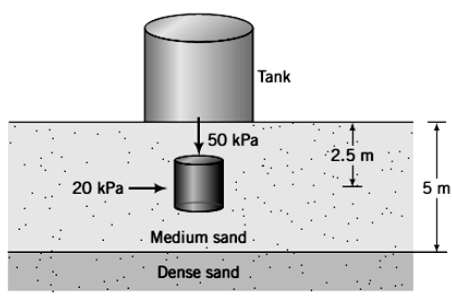
$$\begin{bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{zx}\\ \sigma_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1-\nu_{pz}\nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_p+\nu_{zp}\nu_{pz}}{E_p E_z \Delta} & \frac{\nu_{zp}+\nu_p\nu_{zp}}{E_p E_z \Delta} & 0 & 0 & 0\\ \frac{\nu_p+\nu_{pz}\nu_{zp}}{E_z E_p \Delta} & \frac{1-\nu_{zp}\nu_{pz}}{E_z E_p \Delta} & \frac{\nu_{zp}+\nu_{zp}\nu_p}{E_z E_p \Delta} & 0 & 0 & 0\\ \frac{\nu_{pz}+\nu_p\nu_{pz}}{{E_p}^2 \Delta} & \frac{\nu_{pz}(1+\nu_p)}{{E_p}^2 \Delta} & \frac{1-{\nu_p}^2}{{E_p}^2 \Delta} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zp} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_p}{1+\nu_p}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{zz}\\ \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{zx}\\ \varepsilon_{xy}\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\frac{(1+\nu_p)(1-\nu_p-2\nu_{pz}\nu_{zp})}{{E_p}^2 E_z}$$

ناهمسانگردی عرضی با ۵ پارامتر

مثال ۳

مثال ۲ را مجدداً حل کنید ولی خاک زیر مخزن را مصالح الاستیک غیر ایزوتروپ با E_z=20 Mpa، E_r=25 Mpa و ν_{rz}=0.15 و ν_{rr}=0.3 فرض کنید.



© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۳

گام ۱: مقدار v_{zr} را با جمع آثار تعیین می کنیم.

$$\frac{\nu_{rz}}{\nu_{zr}} = \frac{E_r}{E_z}$$

$$\nu_{zr} = \frac{20}{25} \times 0.15 = 0.12$$

گام ۲: کرنش را تعیین می کنیم.
از رابطه (۳-۲۶) استفاده می کنیم.

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varepsilon_r \end{Bmatrix} = 10^{-3} \begin{bmatrix} \frac{1}{20} & \frac{-2 \times 0.15}{25} \\ \frac{-0.12}{20} & \frac{(1 - 0.3)}{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 50 \\ 20 \end{Bmatrix}$$

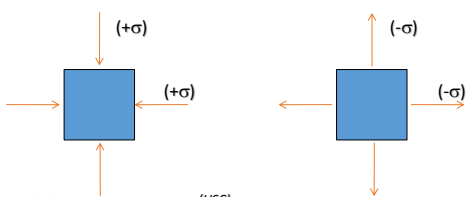
جواب برابر است با: E_z=2/26*10^-3=0/23%، E_r=0/26*10^-3=0/03%

گام ۳: تغییر مکان قائم را تعیین می کنیم.

$$\Delta z = \int_0^5 \varepsilon_z dz = [2.26 \times 10^{-3} z]_0^5 = 11.3 \times 10^{-3} \text{m} = 11.3 \text{ mm}$$

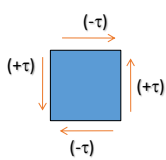
دایره مور برای حالت‌های تنش

normal stress (σ)



shear stress (τ)

(USC)



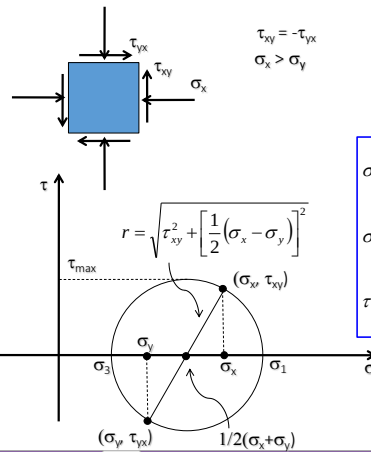
Element must have both pos. and neg. shear stress for equilibrium

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

دایره مور برای حالت‌های تنش

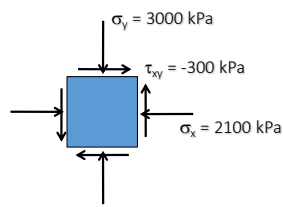


$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

دایره مور برای حالت‌های تنش



$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(2100 + 3000) + \sqrt{300^2 + \left[\frac{1}{2}(2100 - 3000)\right]^2}$$

$$\sigma_1 = 3091\, kPa$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left[\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right]^2} = \frac{1}{2}(2100 + 3000) - \sqrt{300^2 + \left[\frac{1}{2}(2100 - 3000)\right]^2}$$

$$\sigma_3 = 2009\, kPa$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}(3091 - 2009) = 541\, psf$$

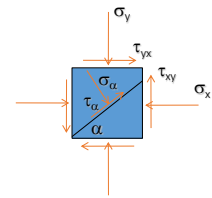
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

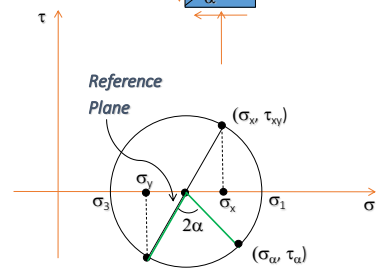
Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

دایره مور برای حالت‌های تنش

1) Establish angle α from a reference plane (e.g,. horizontal).
2) Locate reference plane in Mohr's circle (center of circle to stress on ref plane)
3) Measure 2α from ref plane in same direction (CW or CCW)
4) This intersects circle at state of stress on angled plane





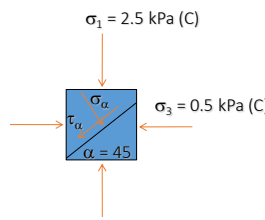
Analytical solution:

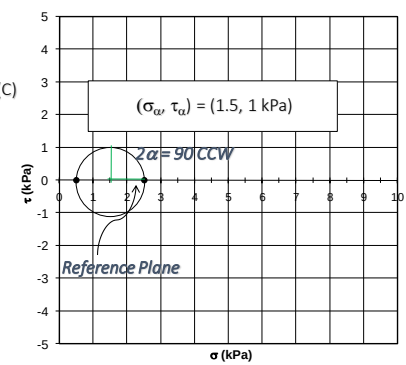
$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha)$$

دایره مور برای حالت‌های تنش

Analytical solution:





$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha)$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2}(2.5 - 0.5)\sin(90) = 1\,kPa$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha)$$

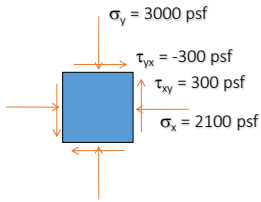
$$\sigma_\alpha = \frac{1}{2}(2.5 + 0.5) + \frac{1}{2}(2.5 - 0.5)\cos(90) = 1.5\,kPa$$

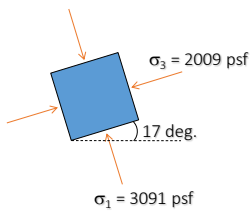
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

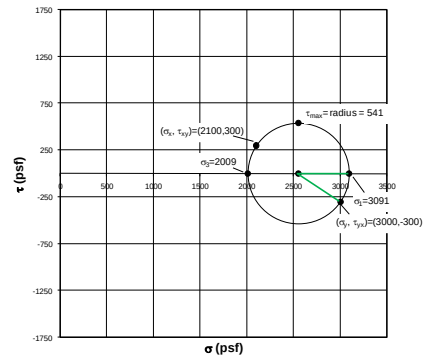
Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

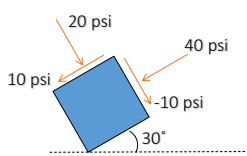
دایره مور برای حالت‌های تنش

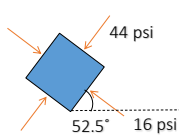


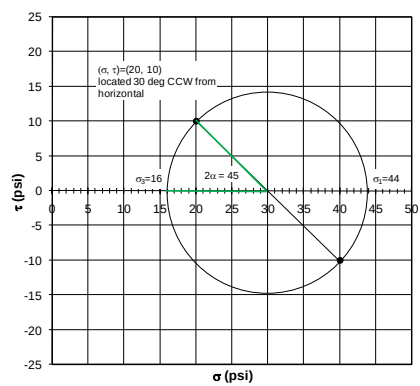




دایره مور برای حالت‌های کرنش







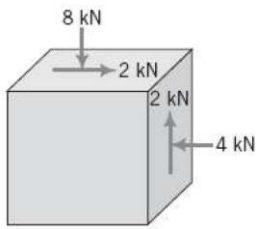
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۴

A soil specimen (100 mm x 100 mm x 100 mm) is subjected to the forces shown in Figure P7.10. Determine (a) the magnitude of the principal stresses, (b) the orientation of the principal stress plane to the horizontal, (c) the maximum shear stress, and (d) the normal and shear stresses on a plane inclined at 20° clockwise to the horizontal.



مثال ۴

Counter clock wise shear positive

Area = 0.1 x0.1 = 0.01 m^2, $\sigma_z = \frac{8}{0.01} = 800$ kPa, $\sigma_x = \frac{4}{0.01} = 400$ kPa, $\tau_{zx} = \frac{-2}{0.01} = -200$ kPa

(a) $\sigma_1 = \frac{800+400}{2} + \sqrt{\left(\frac{800-400}{2}\right)^2 + (-200)^2} = 882.8$ kPa

$\sigma_3 = \frac{800+400}{2} - \sqrt{\left(\frac{800-400}{2}\right)^2 + (-200)^2} = 317.2$ kPa

(b) $\tan\Psi = \frac{-200}{882.8-400} = -0.414, \quad \Psi = -22.5°$

(c) $\tau_{max} = \frac{882.8-317.2}{2} = 282.8$ kPa

(d) $\sigma_\theta = \frac{882.8+317.2}{2} + \frac{882.8-317.2}{2}\cos(-40) = 816.6\ kPa$

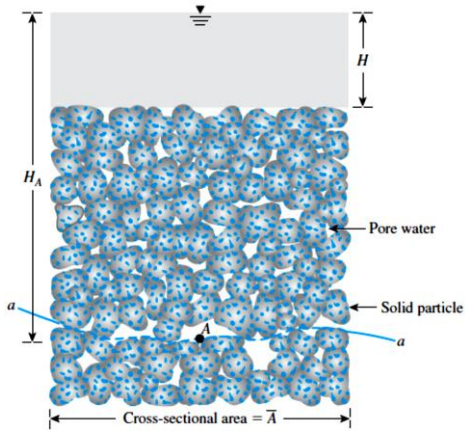
(e) $\tau_\theta = \tau_{max}\sin 2\theta = 282.8x\sin(-40) = -181.8\ kPa$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش کل در یک نقطه از خاک اشباع



$$\sigma = H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}$$

σ = تنش کل در تراز نقطه A

γ_w = وزن مخصوص آب

γ_{sat} = وزن مخصوص اشباع خاک

H = ارتفاع سفره آب از سطح فوقانی خاک

H_A = ارتفاع سفره آب تا نقطه A

تنش مؤثر و فشار آب منفذی

✓ تنش کل به دو بخش قابل تفکیک است که عبارتند از:

- قسمتی که توسط آب موجود در فضای بین دانه ها حمل می شود. این قسمت دارای شدت مساوی در تمام امتداد هاست و فشار آب منفذی یا حفره‌ای نامیده می‌شود.
- باقیمانده تنش کل توسط قسمت جامد خاک در نقاط تماس دانه ها حمل می شود. مجموع مولفه های قائم نیروهای بوجود آمده در نقاط تماس ذرات جامد در واحد سطح توده خاک، تنش موثر نامیده می شود. تنش موثر را می‌توان از حاصلضرب وزن مخصوص غوطه ور خاک در ارتفاع ستون خاک تعیین کرد.

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش مؤثر

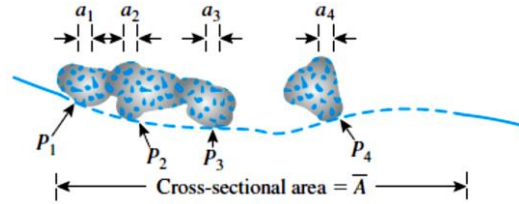
$$\sigma' = \frac{P_{1(v)} + P_{2(v)} + P_{3(v)} + \cdots + P_{n(v)}}{\overline{A}}$$

$$a_s = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$\sigma = \sigma' + \frac{u(\overline{A} - a_s)}{\overline{A}} = \sigma' + u(1 - a_s')$$

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\sigma' = [H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}] - H_A\gamma_w$$
$$= (H_A - H)(\gamma_{sat} - \gamma_w)$$
$$= (\text{Height of the soil column}) \times \gamma'$$



تنش موثر $\sigma' = (H_A - H)\cdot\gamma_w$ و فشار منفذی $u = H\cdot\gamma_w$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$

تنش مؤثر

- تنش موثر برابر با نیرو بر واحد سطح حمل شده توسط اسکلت خاک است.
- در یک توده خاک، تنش مؤثر است که تغییرات حجم و مقاومت را کنترل می‌کند. تنش مؤثر بزرگتر، باعث تراکم و تبدیل خاک به یک توده متراکم تر و کم حجم‌تر می شود.
- مفهوم تنش مؤثر اولین بار توسط ترزاقی (در حدود سال‌های ۱۹۲۵ تا ۱۹۳۶) معرفی شد. اسکمپتون در سال ۱۹۶۰ کار ترزاقی را ادامه داد و روابطی برای محاسبه تنش کل و تنش مؤثر پیشنهاد نمود.

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

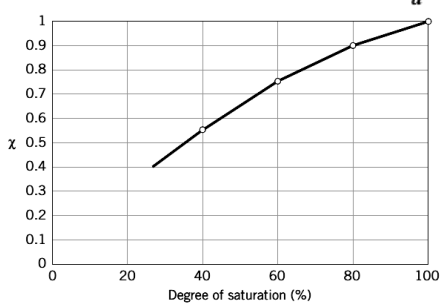
تنش مؤثر

- تغییر شکل خاک تابعی از تنش مؤثر است نه تنش کل.
- مفهوم تنش مؤثر تنها در مورد تنش‌های نرمال به کار می‌رود و در مورد تنش‌های برشی به کار نمی‌رود. بنابراین تنش برشی کل و تنش برشی مؤثر برابر با یکدیگر در نظر گرفته می‌شوند.
- خاک‌ها تحمل کشش ندارند و بنابراین تنش مؤثر نمی‌تواند کمتر از صفر باشد.

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- برای خاک‌های غیر اشباع تنش مؤثر برابر است با (Bishop et al., 1960)

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u)$$



χ for Silt soils

u_a is the pore air pressure

u is the porewater pressure

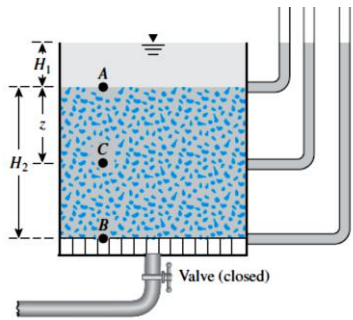
$\chi = 0$; for saturated soil, $\chi = 1$

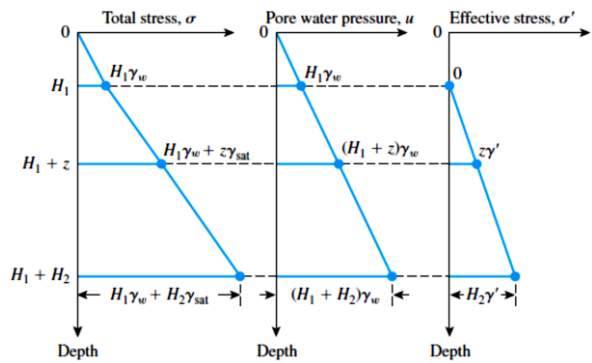
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

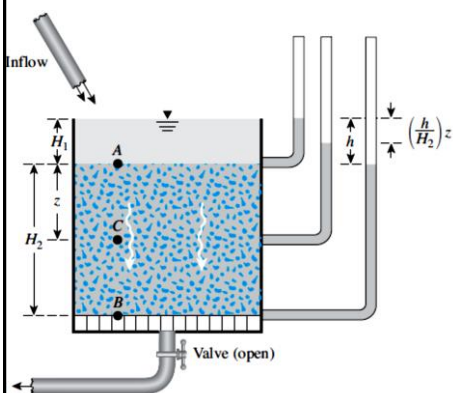
تنش مؤثر در حالت بدون نشت

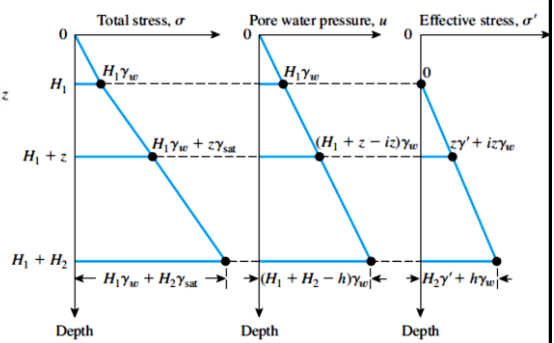




$$\sigma' = [H\gamma_w + (H_A - H)\gamma_{sat}] - H_A\gamma_w$$
$$= (H_A - H)(\gamma_{sat} - \gamma_w)$$
$$= (\text{Height of the soil column}) \times \gamma'$$

تنش مؤثر در حالت نشت رو به پایین



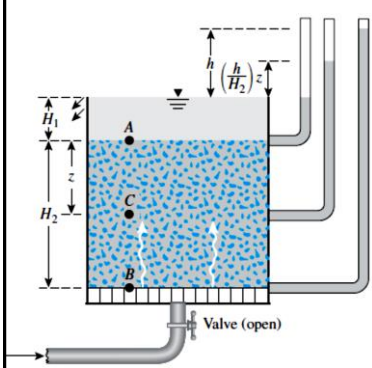


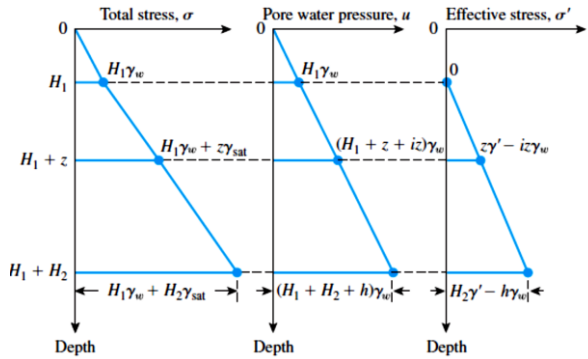
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

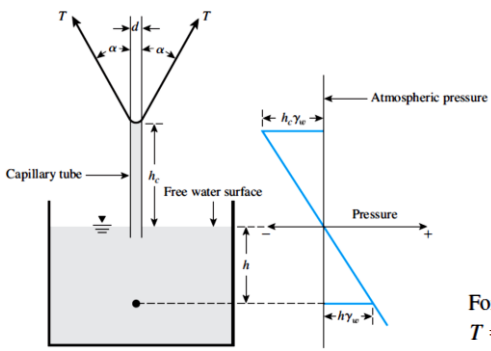
تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع





تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- فضای حفرات پیوسته موجود در خاک می تواند به صورت دسته ای از لوله های موئینگی با سطح مقطع متغییر عمل کند.
- به علت نیروی کشش سطحی، آب زیرزمینی در لوله های موئینگی مذکور صعود کرده و تراز واقعی آن از تراز آزاد سطح آب زیرزمینی بالاتر خواهد ایستاد.



$$h_c = \frac{2T\,\mathrm{Cos}\,\alpha}{d\gamma_\omega}$$

where T = surface tension (force/length)
α = angle of contact
d = diameter of capillary tube
γ_w = unit weight of water

$$h_c = \frac{4T}{d\gamma_w}$$

For pure water and clean glass, $\alpha = 0$. ➡
$T = 72$ mN/m

$$h_c \propto \frac{1}{d}$$

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- رابطه عمومی بین تنش کل، تنش موثر و فشار آب حفره ای به صورت زیر می باشد.

$$\sigma = \sigma' + u$$

- فشار آب حفره ای **u** در لایه ای از آب که به وسیله صعود موئینگی کاملاً اشباع شده است مساوی با فرض فشار اتمسفر به عنوان مبنا می باشد. **h** ارتفاع نقطه مورد نظر از سطح آب زیرزمینی است. در صورتی که به علت موئینگی، اشباع ناقص وجود داشته باشد، فشار آب حفره ای را می توان به صورت زیر نوشت:

$$u = -\left(\frac{S}{100}\right)\gamma_w h$$

- که در آن **S** درجه اشباع بر حسب درصد است.

تنش مؤثر برای خاک‌های غیر اشباع

- رابطه عمومی بین تنش کل، تنش موثر و فشار آب حفره ای به صورت زیر می باشد.

$$\sigma = \sigma' + u$$

- فشار آب حفره ای **u** در لایه ای از آب که به وسیله صعود موئینگی کاملاً اشباع شده است مساوی با فرض فشار اتمسفر به عنوان مبنا می باشد. **h** ارتفاع نقطه مورد نظر از سطح آب زیرزمینی است. در صورتی که به علت موئینگی، اشباع ناقص وجود داشته باشد، فشار آب حفره ای را می توان به صورت زیر نوشت:

$$u = -\left(\frac{S}{100}\right)\gamma_w h$$

- که در آن **S** درجه اشباع بر حسب درصد است.

دانشگاه صنعتی سیرجان | مکانیک خاک پیشرفته | ٥٤

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

ارتفاع صعود موییننگی در خاک

$$h_c = -990\,(\ln D_{10}) - 1540.$$

$$h_c = \frac{C}{eD_{10}}.$$

$$C\,(C = 3 \times 10^{-5}\ \text{m}^2 \sim 8 \times 10^{-5}\ \text{m}^2)$$

مثال ۵

Exercise 7.12

Plot the distribution of total stress, effective stress, and porewater pressure with depth for the soil profile shown in Figure P7.12. Neglect capillary action and pore air pressure.

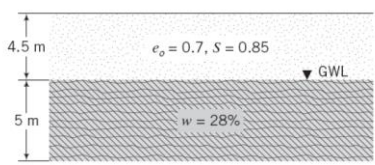


FIGURE P7.12

© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

مثال ۵

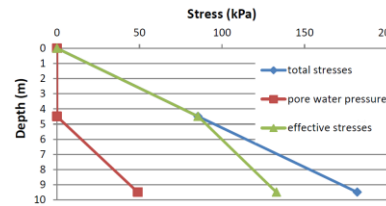
$$\gamma = \left(\frac{G_s + Se}{1+e}\right)\gamma_w = \left(\frac{2.7 + 0.85(0.7)}{1+0.7}\right)9.8 = 19.0\ \text{kN/m}^3$$

Bottom:

S = 1

$$e = \frac{wG_s}{S} = \frac{0.28\,(2.7)}{1} = 0.756 = 0.76$$

$$\gamma_{sat} = \left(\frac{G_s + Se}{1+e}\right)\gamma_w = \left(\frac{2.7 + 0.76}{1+0.76}\right)9.8 = 19.3\ \text{kN/m}^3$$



Depth	σ (kPa)	u (kPa)	σ′ = (σ – u) (kPa)
0	0	0	0
4.5	19 × 4.5 = 85.5	0	85.5
9.5	85.5 + 5 × 19.3 = 182	5 × 9.8 = 49.0	133

مثال ۶

Exercise 7.13

If the groundwater in problem 7.12 were (a) to rise to the surface, (b) to rise 2 m above the surface, and (c) to rapidly decrease from 2 m above the surface to 1 m below its present level, determine and plot the distributions of effective and total stress and porewater pressure with depth.

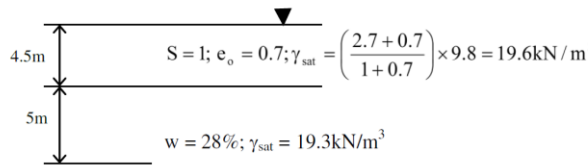
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

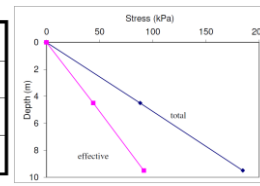
Advanced Soil Mechanics

مثال ۶

a) G.W.L. rises to the surface

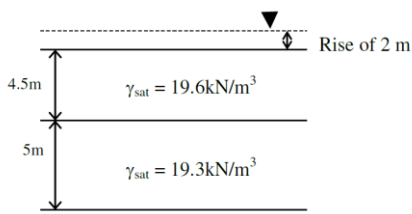


Depth (m)	σ (kPa)	u (kPa)	σ' = σ –u (kPa)
0	0	0	0
4.5	19.6 × 4.5 = 88.2	4.5 × 9.8 = 44.1	44.1
9.5	88.2 + 5 × 19.3 = 184.7	9.5 × 9.8 = 93.1	91.6

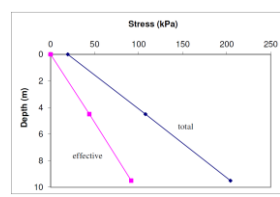


مثال ۶

b) G.W.L. rises 2 m above water surface



Depth (m)	σ (kPa)	u (kPa)	σ' = σ –u (kPa)
0	2 × 9.8 = 19.6	2 × 9.8 = 19.6	0
4.5	88.2 + 19.6 = 107.8	6.5 × 9.8 = 63.7	44.1
9.5	184.7 + 19.6 = 204.3	11.5 × 9.8 = 112.7	91.6



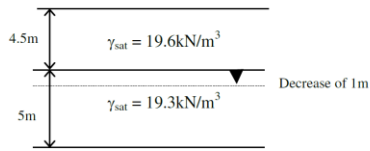
© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology

Advanced Soil Mechanics

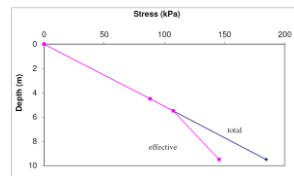
مثال ۶

c) G.W.L. decreases from 2m above surface to 1m below its original level



Total stresses remain same from part (a) the only change is porewater pressures and effective stresses

Depth (m)	σ (kPa)	u (kPa)	σ' = σ –u (kPa)
0	0	0	0
4.5	88.2	0	88.2
5.5	107.5	0	107.5
9.5	184.7	39.2	145.5



© Ali Reza Ghanizadeh, Phd

Associate Professor, Deprtment of Civil Engineering, Sirjan University of Technology