



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه صنعتی سیرجان

تحلیل و طراحی پیشرفته روسازی

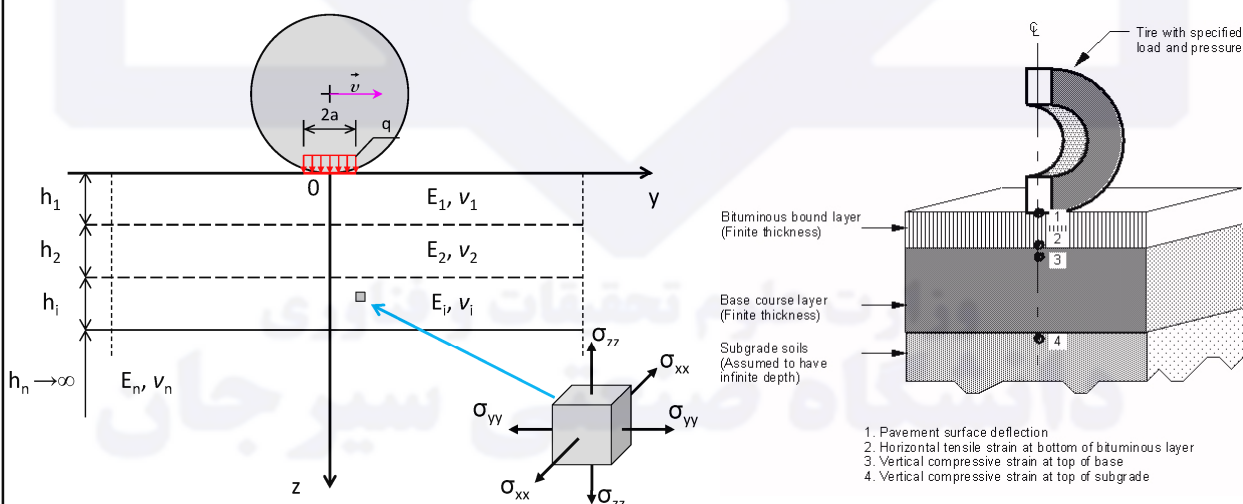
فصل 2. تحلیل روسازی های انعطاف پذیر

علیرضا غنی زاده

دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سیرجان

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

اهمیت تحلیل روسازی



علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲

اهمیت تحلیل روسازی



- ✓ منظور از تحلیل روسازی، محاسبه عکس‌العمل‌ها یا به عبارتی محاسبه تنش‌ها، کرنش‌ها و افت‌وخیزهای روسازی تحت اثر یک بارگذاری مشخص است.
- ✓ تاکنون روش‌های مختلفی برای تحلیل روسازی‌های آسفالتی پیشنهاد شده است.
- ✓ بوسینسک (۱۸۸۵) نخستین کسی بود که عکس‌العمل‌های یک سیستم نیمه‌بی‌نهایت را تحت اثر بارگذاری نقطه‌ای به دست آورد. معادلات ارائه‌شده توسط بوسینسک در سال‌های بعد توسط سایر محققین برای بارهای با توزیع یکنواخت توسعه داده شدند (Newmark 1947; Sanborn and Yoder 1967).

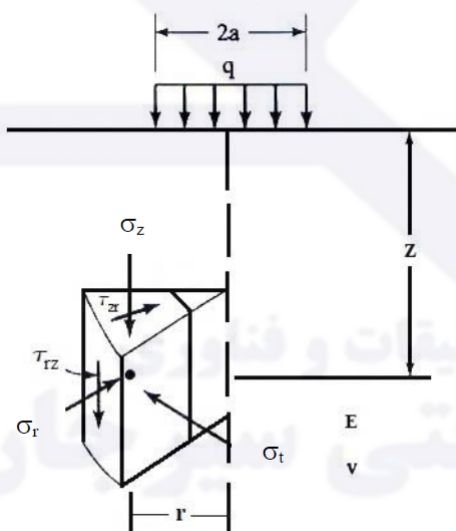
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

سیستم‌های تک لایه‌ای (نیمه بی‌نهایت)

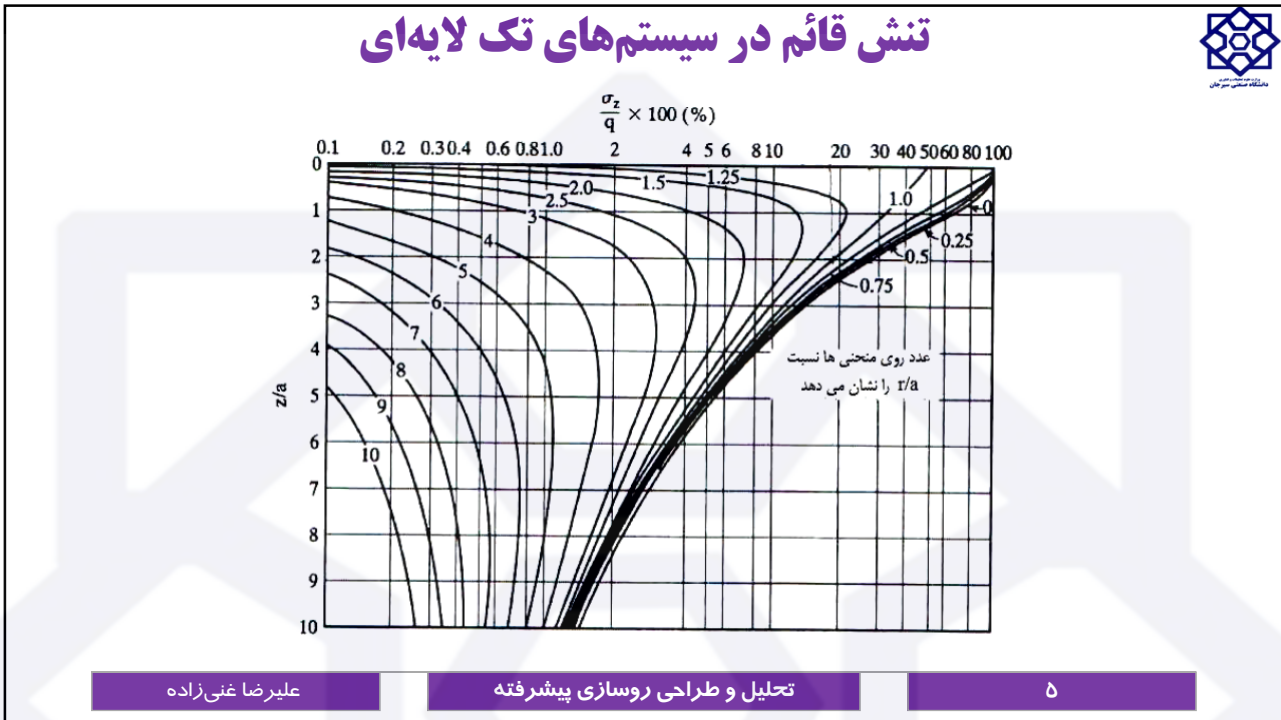


Foster and Ahlvin (1954)

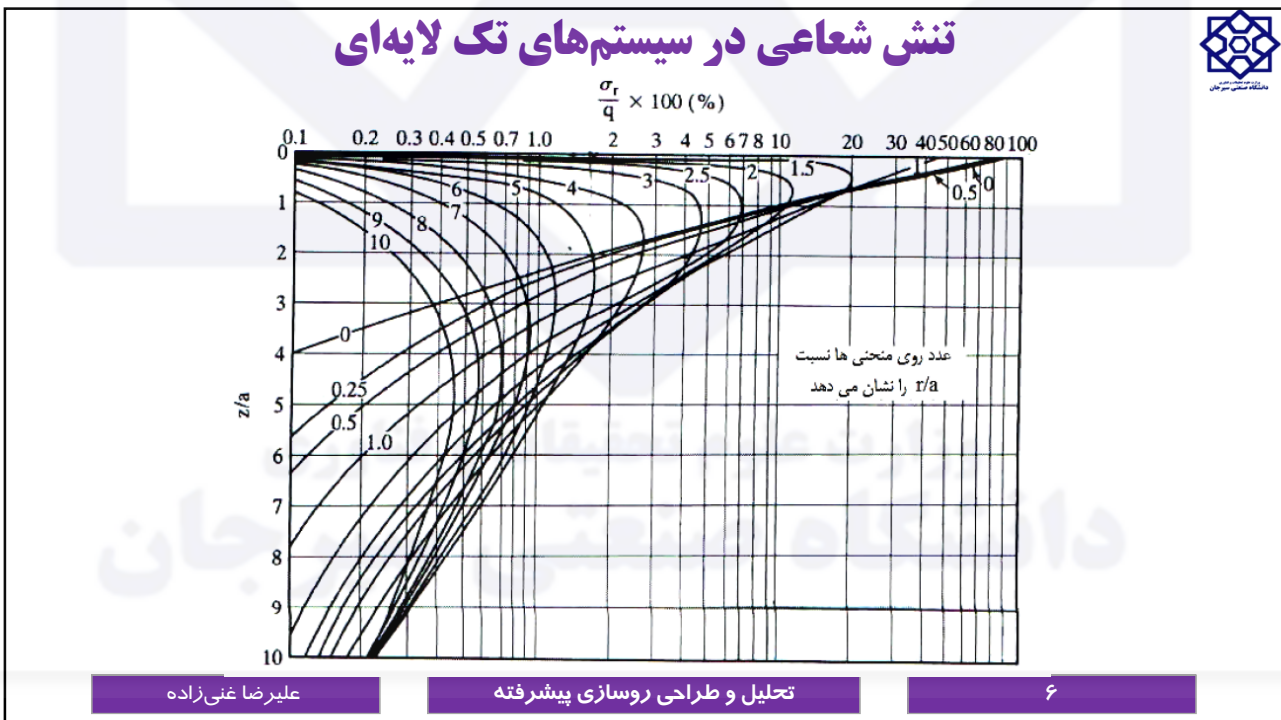
علیرضا غنی‌زاده

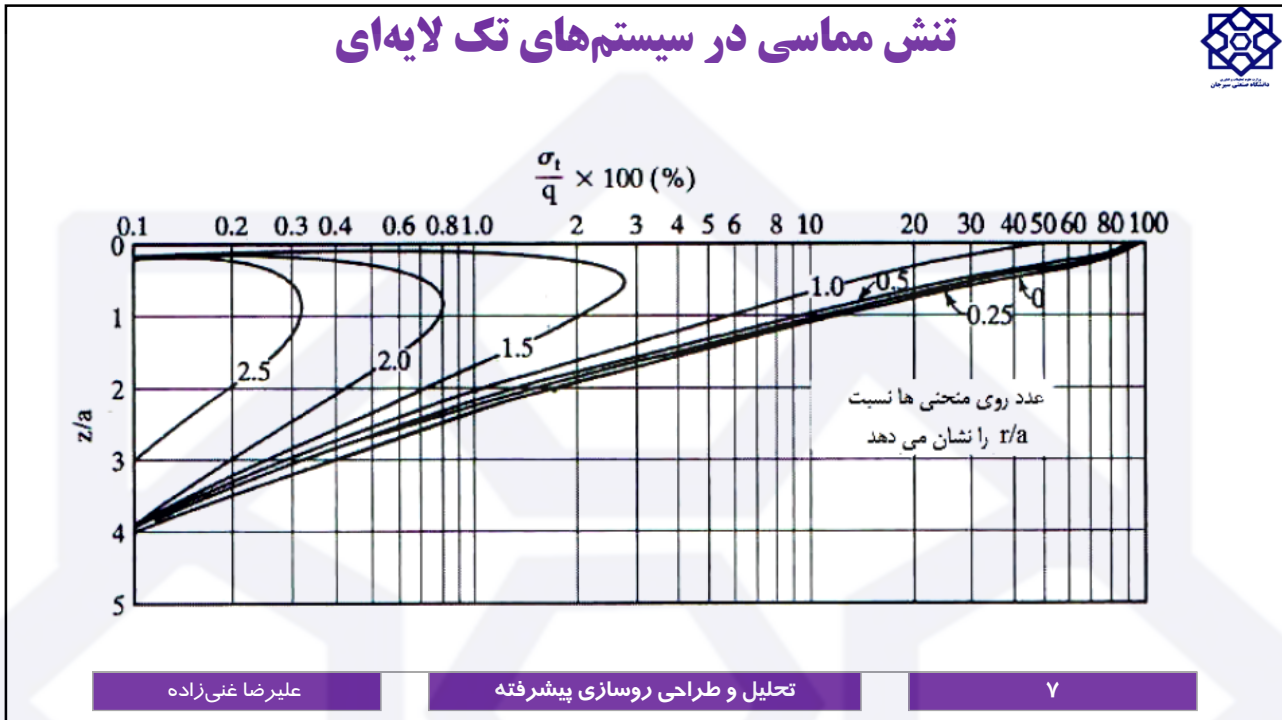
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴

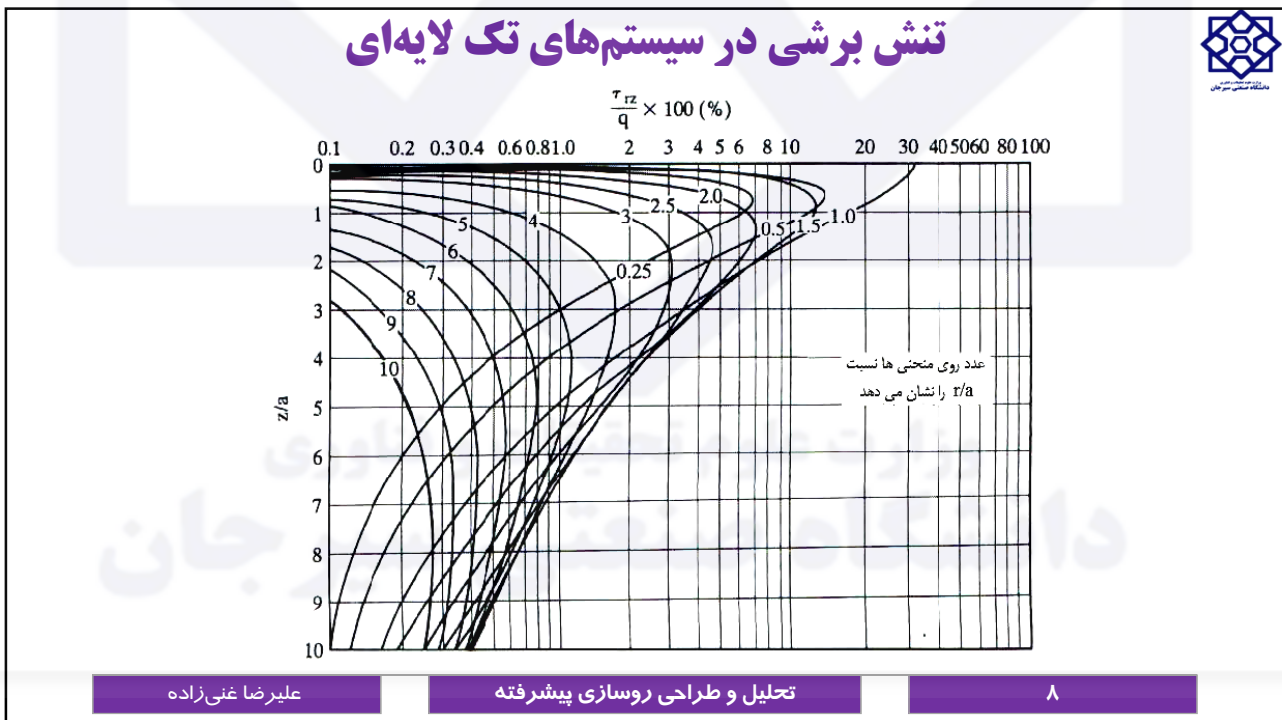


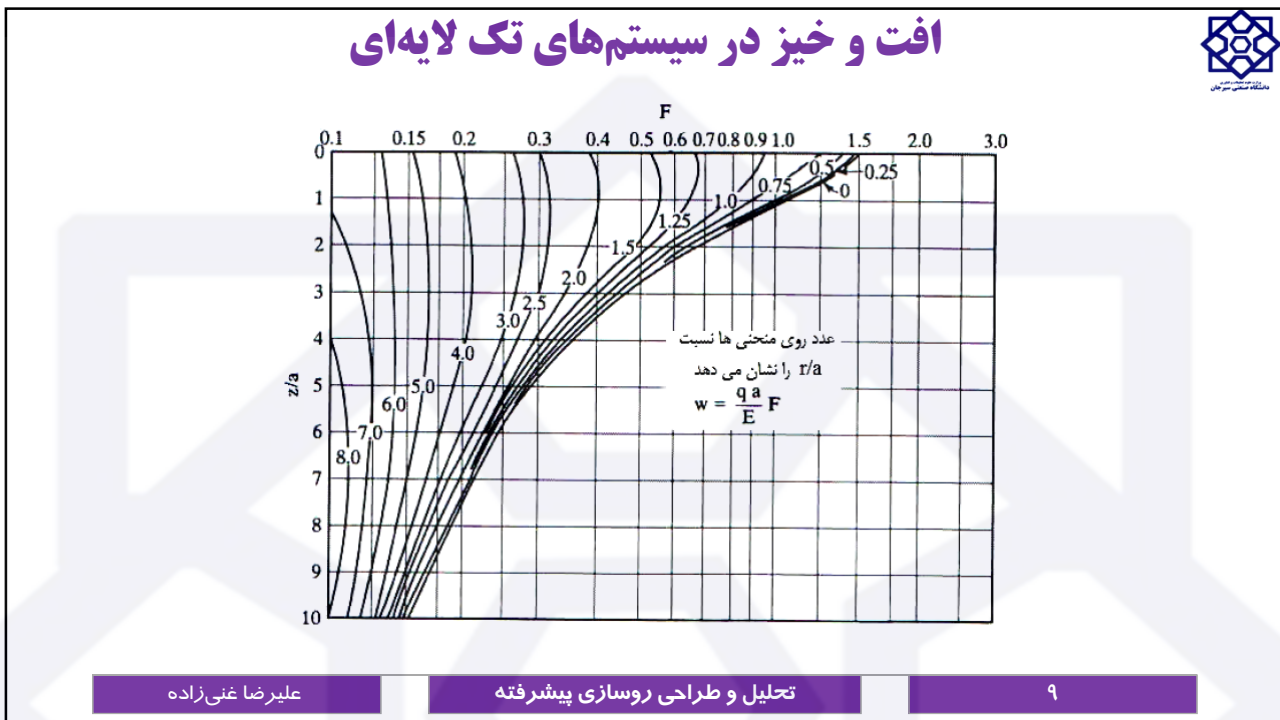
A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir





A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir





A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

محاسبه کرنش‌ها

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_t)]$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_t + \sigma_z)]$$

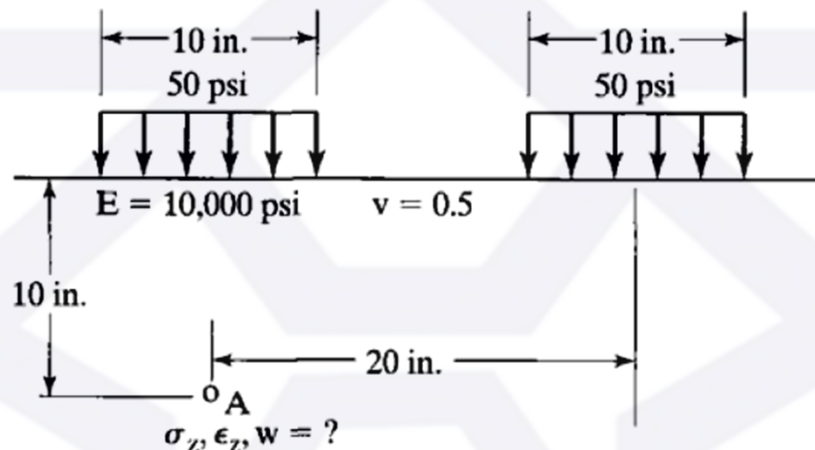
$$\epsilon_t = \frac{1}{E} [\sigma_t - \nu(\sigma_z + \sigma_r)]$$

وزارت علوم تحقیقات و فناوری

دانشگاه سیرجان

علیرضا غنی‌زاده
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته
۱۰

مثال ۱



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱



Solution: Given $a = 5$ in. (127 mm), $q = 50$ psi (345 kPa), and $z = 10$ in. (254 mm), from Figures 2.2, 2.3, and 2.4, the stresses at point A due to the left load with $r/a = 0$ and $z/a = 10/5 = 2$ are $\sigma_z = 0.28 \times 50 = 14.0$ psi (96.6 kPa) and $\sigma_r = \sigma_t = 0.016 \times 50 = 0.8$ psi (5.5 kPa); and those due to the right load with $r/a = 20/5 = 4$ and $z/a = 2$ are $\sigma_z = 0.0076 \times 50 = 0.38$ psi (2.6 kPa), $\sigma_r = 0.026 \times 50 = 1.3$ psi (9.0 kPa), and $\sigma_t = 0$. By superposition, $\sigma_z = 14.0 + 0.38 = 14.38$ psi (99.2 kPa), $\sigma_r = 0.8 + 1.3 = 2.10$ psi (14.5 kPa), and $\sigma_t = 0.8$ psi (5.5 kPa). From Eq. 2.1a, $\epsilon_z = [14.38 - 0.5(2.10 + 0.8)]/10,000 = 0.00129$. From Figure 2.6, the deflection factor at point A due to the left load is 0.68 and that due to the right load is 0.21. The total deflection $w = (0.68 + 0.21) \times 50 \times 5/10,000 = 0.022$ in. (0.56 mm). The final answer is $\sigma_z = 14.38$ psi (99.2 kPa), $\epsilon_z = 0.00129$, and $w = 0.022$ in. (0.56 mm). The results obtained from KENLAYER are $\sigma_z = 14.6$ psi (100.7 kPa), $\epsilon_z = 0.00132$, and $w = 0.0218$ in. (0.554 mm), which check closely with those from the charts.

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۲

حل سیستم تک لایه‌ای در مرکز تقارن بارگذاری



$$\sigma_z = q \left[1 - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

$$\sigma_r = \frac{q}{2} \left[1 + 2v - \frac{2(1+v)z}{(a^2 + z^2)^{0.5}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

$$\epsilon_z = \frac{(1+v)q}{E} \left[1 - 2v + \frac{2vz}{(a^2 + z^2)^{0.5}} - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

$$\epsilon_r = \frac{(1+v)q}{2E} \left[1 - 2v - \frac{2(1-v)z}{(a^2 + z^2)^{0.5}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

$$w = \frac{(1+v)qa}{E} \left\{ \frac{a}{(a^2 + z^2)^{0.5}} + \frac{1-2v}{a} \left[(a^2 + z^2)^{0.5} - z \right] \right\} \xrightarrow{v=0.5} w = \frac{3qa^2}{2E(a^2 + z^2)^{0.5}}$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۳

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۲



Same as Example 2.1, except that only the left loaded area exists and the Poisson ratio is 0.3, as shown in Figure 2.8. Determine the stresses, strains, and deflection at point A.

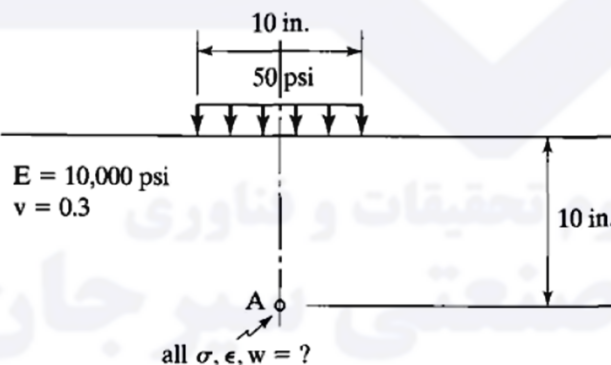


FIGURE 2.8

Example 2.2 (1 in. = 25.4 mm, 1 psi = 6.9 kPa).

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۴

مثال ۲



Solution: Given $a = 5$ in. (127 mm), $q = 50$ psi (345 kPa), and $z = 10$ in. (254 mm), from Eq. 2.2, $\sigma_z = 50[1 - 1000/(25 + 100)^{1.5}] = 14.2$ psi (98.0 kPa). With $\nu = 0.3$, from Eq. 2.3, $\sigma_r = 25[1 + 0.6 - 2.6 \times 10/(125)^{0.5} + 1000/(125)^{1.5}] = -0.25$ psi (-1.7 kPa). The negative sign indicates tension, which is in contrast to a compressive stress of 0.8 psi (5.5 kPa) when $\nu = 0.5$. From Eq. 2.4, $\epsilon_z = 1.3 \times 50/10,000 [1 - 0.6 + 0.6 \times 10/(125)^{0.5} - 1000/(125)^{1.5}] = 0.00144$. From Eq. 2.5, $\epsilon_r = 1.3 \times 50/20,000 [1 - 0.6 - 1.4 \times 10/(125)^{0.5} + 1000/(125)^{1.5}] = -0.00044$. From Eq. 2.6, $w = 1.3 \times 50 \times 5/10,000 \{5/(125)^{0.5} + 0.4/5[(125)^{0.5} - 10]\} = 0.0176$ in. (0.447 mm). The results obtained from KENLAYER are $\sigma_z = 14.2$ psi (98.0 kPa), $\sigma_r = -0.249$ psi (-1.72 kPa), $\epsilon_z = 0.00144$, $\epsilon_r = -0.000444$, and $w = 0.0176$ in. (0.447 mm), which are nearly the same as those derived from the formulas.

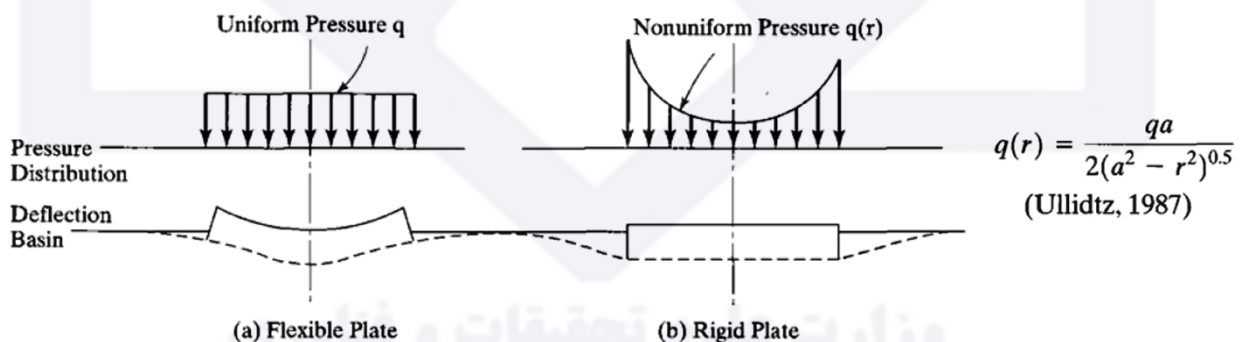
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

نشست حاصل از صفحه صلب



صفحه صلب $w_0 = \frac{\pi(1 - \nu^2)qa}{2E}$

صفحه انعطاف پذیر $w = \frac{3qa^2}{2E(a^2 + z^2)^{0.5}}$

حداکثر نشست صفحه صلب ۷۹ درصد صفحه انعطاف پذیر است.

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۶

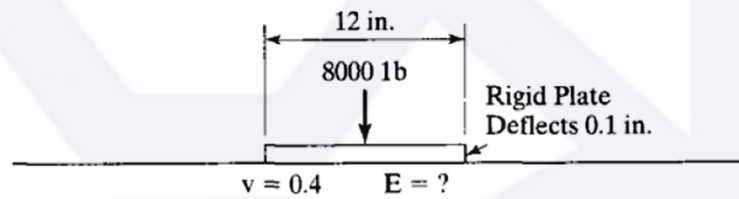
مثال ۳



A plate loading test using a plate of 12-in. (305-mm) diameter was performed on the surface of the subgrade, as shown in Figure 2.10. A total load of 8000 lb (35.6 kN) was applied to the plate, and a deflection of 0.1 in. (2.54 mm) was measured. Assuming that the subgrade has Poisson ratio 0.4, determine the elastic modulus of the subgrade.

FIGURE 2.10

Example 2.3 (1 = 25.4 mm,
1 lb = 4.45 N).



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۳



Solution: The average pressure on the plate is $q = 8000/(36\pi) = 70.74$ psi (488 kPa). From Eq. 2.10, $E = \pi(1 - 0.16) \times 70.74 \times 6/(2 \times 0.1) = 5600$ psi (38.6 MPa).

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۸

وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشگاه صنعتی سیرجان

تحلیل روسازی



✓ برمیستر برای نخستین بار معادلات تنش و تغییرشکل را برای سیستم‌های دو و سه لایه‌ای تحت اثر بارگذاری دایره‌ای توسعه داد (Burmister, 1943, 1945).

✓ چیفمن تحلیل عمومی تنش‌ها و تغییرشکل‌ها در یک سیستم ارتجاعی چندلایه‌ای را ارائه نمود (Schiffman, 1962) که این روش به نظریه ارتجاعی چندلایه‌ای معروف است.

✓ در حال حاضر اغلب برنامه‌های تحلیل روسازی‌های انعطاف‌پذیر از روش نظریه ارتجاعی چندلایه‌ای برای تحلیل روسازی بهره‌گیری می‌کنند.

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۱۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

نرم‌افزارهای تحلیل روسازی



Layered theory

- BISAR (De Jong et al., 1979)
- JULEA (Uzan, 1994)
- LEAF (Hayhoe, 2002)
- KENLAYER (Huang, 2004)
- Mnlayer (Khazanovich and Wang, 2007)
- NonPAS (Ghanizadeh and Ziayi, 2015)

Finite Element Method (FEM)

- MICHPAVE
- ILLIPAVE
- ABAQUS

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۰

فرضیات نظریه الاستیک چند لایه‌ای



1. Each layer is homogeneous, isotropic, and linearly elastic with an elastic modulus E and a Poisson ratio ν .
2. The material is weightless and infinite in areal extent.
3. Each layer has a finite thickness h , except that the lowest layer is infinite in thickness.
4. A uniform pressure q is applied on the surface over a circular area of radius a .
5. Continuity conditions are satisfied at the layer interfaces, as indicated by the same vertical stress, shear stress, vertical displacement, and radial displacement. For frictionless interface, the continuity of shear stress and radial displacement is replaced by zero shear stress at each side of the interface.

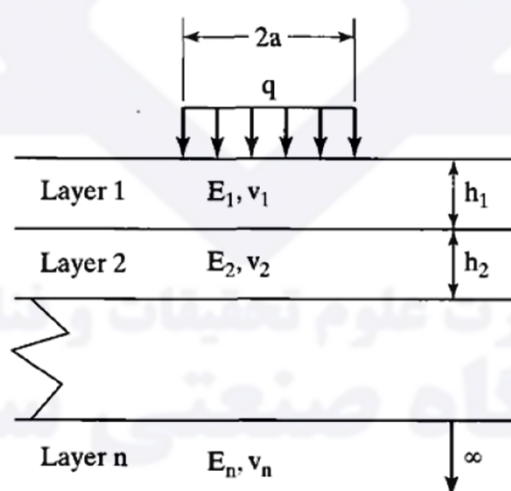
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

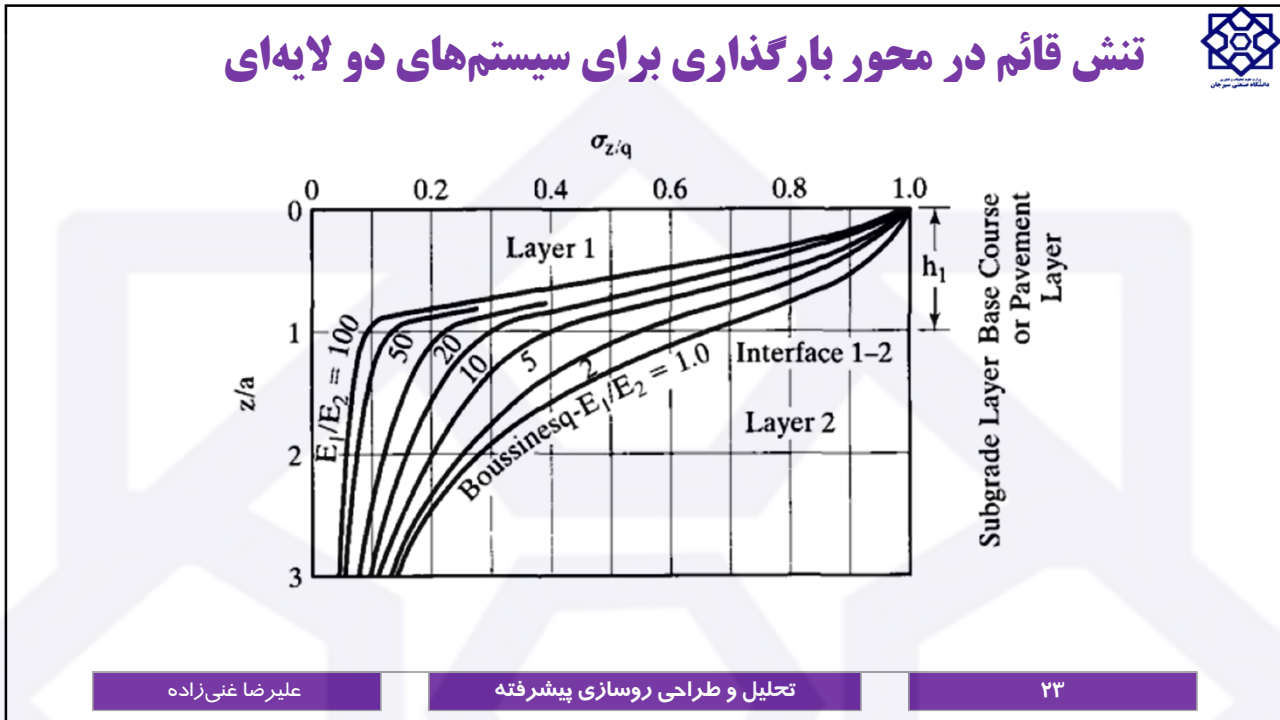
تحلیل سیستم‌های چند لایه‌ای



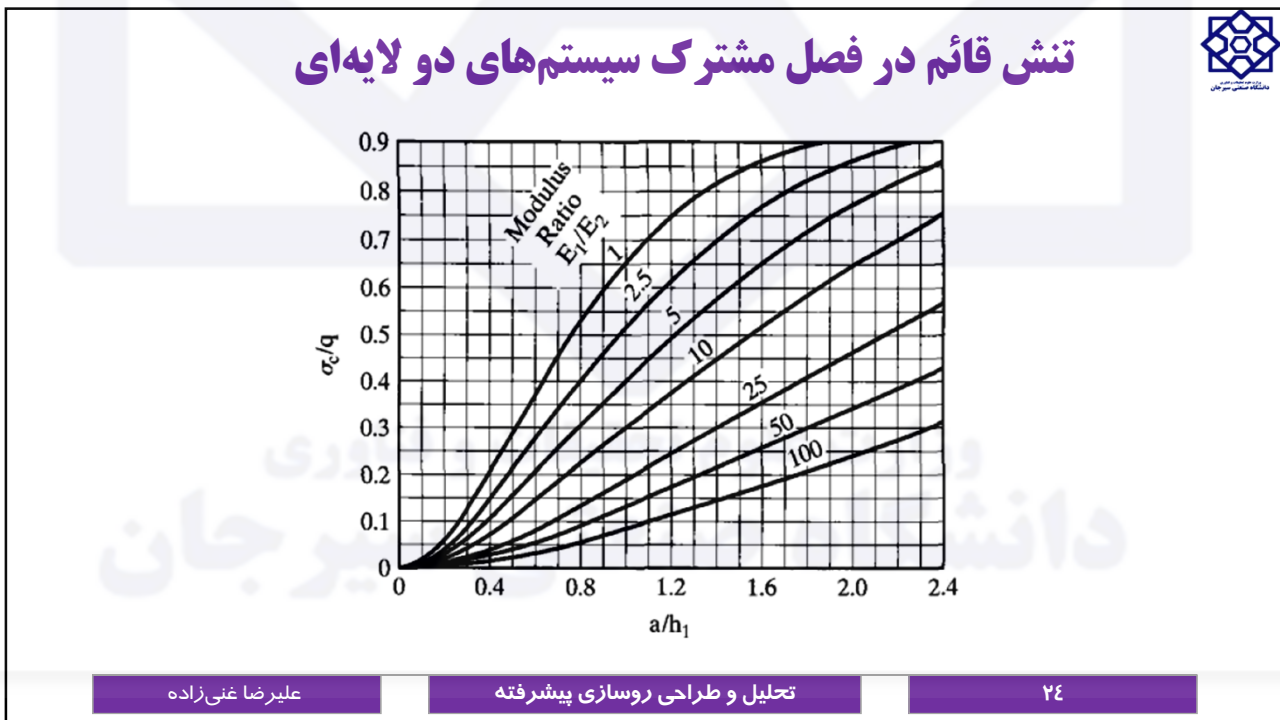
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

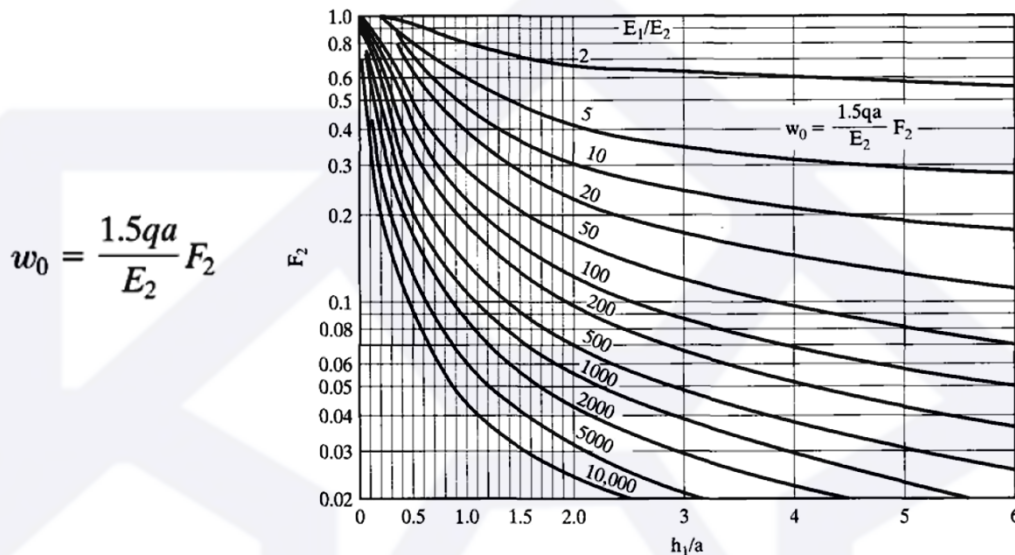
۲۲



A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir



نشست سطح روسازی در مرکز بارگذاری در سیستم‌های دولایه‌ای



$$w_0 = \frac{1.5qa}{E_2} F_2$$

$$w_0 = \frac{1.5qa}{E_2} F_2$$

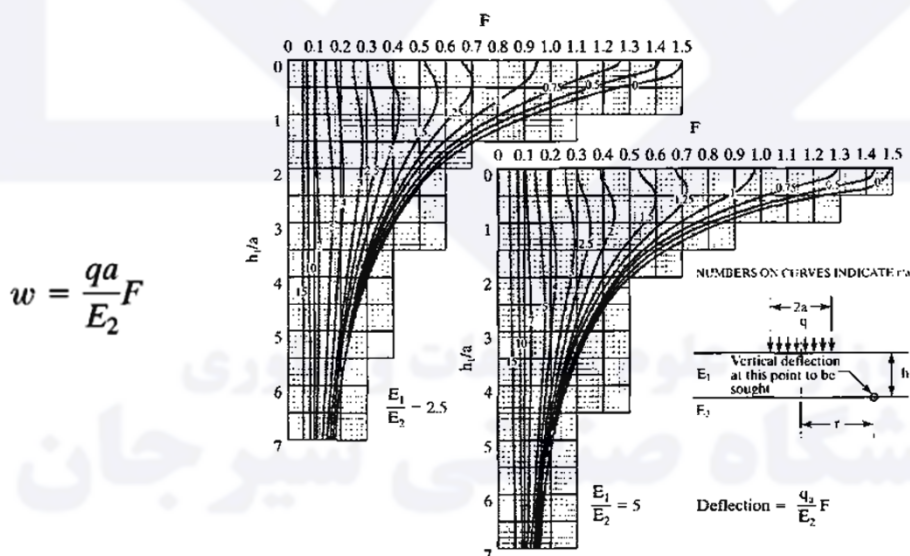
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

نشست فصل مشترک در سیستم‌های دولایه‌ای



$$w = \frac{qa}{E_2} F$$

$$\text{Deflection} = \frac{q_2}{E_2} F$$

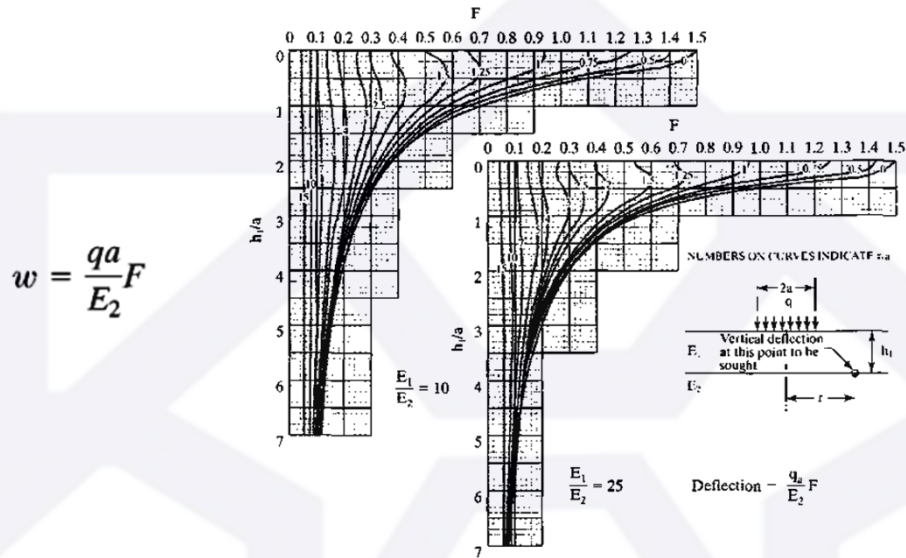
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۶



نشست فصل مشترک در سیستم‌های دولایه‌ای



علیرضا غنی‌زاده

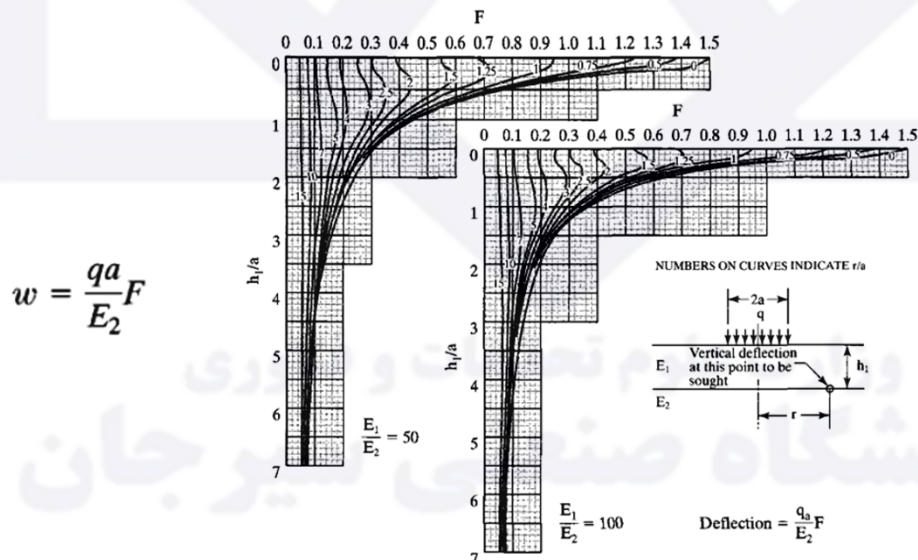
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir



نشست فصل مشترک در سیستم‌های دولایه‌ای



علیرضا غنی‌زاده

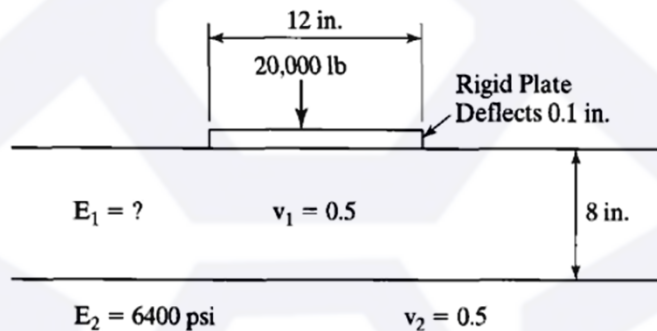
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۸

مثال ۵



A total load of 20,000 lb (89 kN) was applied on the surface of a two-layer system through a rigid plate 12 in. (305 mm) in diameter, as shown in Figure 2.18. Layer 1 has a thickness of 8 in. (203 mm) and layer 2 has an elastic modulus of 6400 psi (44.2 MPa). Both layers are incompressible with a Poisson ratio of 0.5. If the deflection of the plate is 0.1 in. (2.54 mm), determine the elastic modulus of layer 1.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۲۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۵



Solution: The average pressure on the plate is $q = 20,000/(36\pi) = 176.8$ psi (1.22 MPa). From Eq. 2.15, $F_2 = 0.1 \times 6400/(1.18 \times 176.8 \times 6) = 0.511$. Given $h_1/a = 8/6 = 1.333$, from Figure 2.17, $E_1/E_2 = 5$, or $E_1 = 5 \times 6400 = 32,000$ psi (221 MPa).

$$w_0 = \frac{1.5qa}{E_2} F_2$$

علیرضا غنی‌زاده

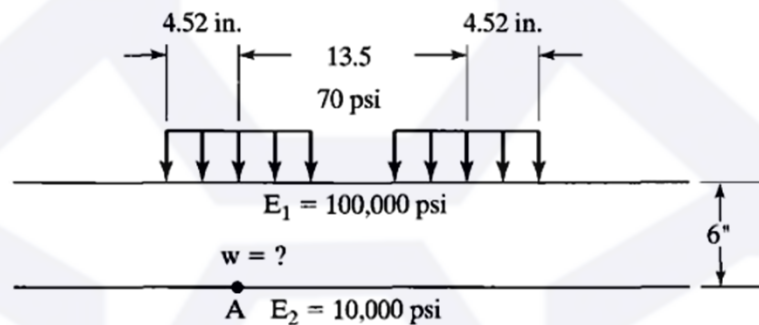
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۰

مثال ۶



Figure 2.20 shows a set of dual tires, each having contact radius 4.52 in. (115 mm) and contact pressure 70 psi (483 kPa). The center-to-center spacing of the dual is 13.5 in. (343 mm). Layer 1 has thickness 6 in. (152 mm) and elastic modulus 100,000 psi (690 MPa); layer 2 has elastic modulus 10,000 psi (69 MPa). Determine the vertical deflection at point A, which is on the interface beneath the center of one loaded area.



علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۶



Solution: Given $E_1/E_2 = 100,000/10,000 = 10$ and $h_1/a = 6/4.52 = 1.33$, from Figure 2.19, the deflection factor at point A due to the left load with $r/a = 0$ is 0.56 and that due to the right load with $r/a = 13.5/4.52 = 2.99$ is 0.28. By superposition, $F = 0.56 + 0.28 = 0.84$. From Eq. 2.16, $w = 70 \times 4.52/10,000 \times 0.84 = 0.027$ in. (0.69 mm). The interface deflection obtained from KENLAYER is 0.0281 in. (0.714 mm), which checks well with the chart solution.

علیرضا غنی زاده

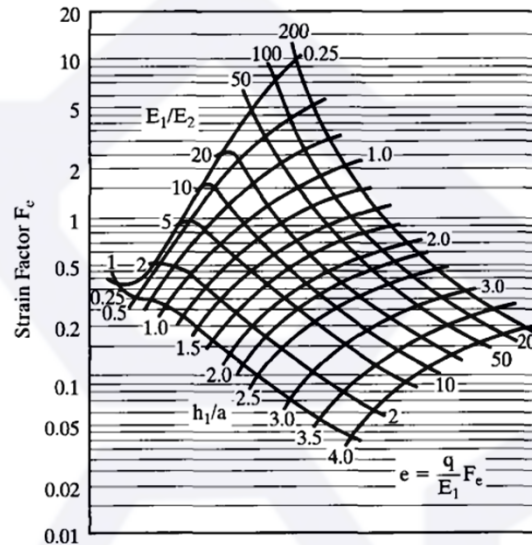
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۲

گرنش کششی تار پائین لایه اول در سیستم‌های دولایه‌ای (چرخ منفرد)



$$e = \frac{q}{E_1} F_e$$



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

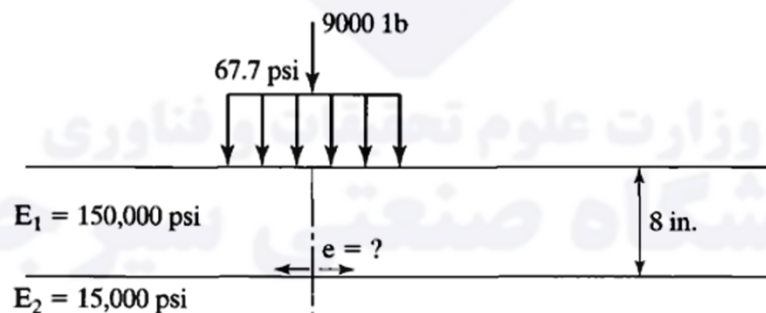
۳۳

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۷



Figure 2.22 shows a full-depth asphalt pavement 8 in. (203 mm) thick subjected to a single-wheel load of 9000 lb (40 kN) having contact pressure 67.7 psi (467 kPa). If the elastic modulus of the asphalt layer is 150,000 psi (1.04 GPa) and that of the subgrade is 15,000 psi (104 MPa), determine the critical tensile strain in the asphalt layer.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۴

مثال ۷



Solution: Given $a = \sqrt{9000/(\pi \times 67.7)} = 6.5$ in. (165 mm), $h_1/a = 8/6.5 = 1.23$, and $E_1/E_2 = 150,000/15,000 = 10$, from Figure 2.21, $F_e = 0.72$. From Eq. 2.17, the critical tensile strain $e = 67.7 \times 0.72/150,000 = 3.25 \times 10^{-4}$, which checks well with the 3.36×10^{-4} obtained by KENLAYER.

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

گرنش کششی تار پایین لایه اول در سیستم‌های دولایه‌ای (چرخ زوج)



1. From the given S_d , h_1 , and a , determine the modified radius a' and the modified thickness h'_1 :

$$a' = \frac{24}{S_d} a \quad (2.18a)$$

$$h'_1 = \frac{24}{S_d} h_1 \quad (2.18b)$$

2. Using h'_1 as the pavement thickness, find conversion factors C_1 and C_2 from Figure 2.23.
3. Determine the conversion factor for a' by a straight-line interpolation between 3 and 8 in. (76 and 203 mm), or

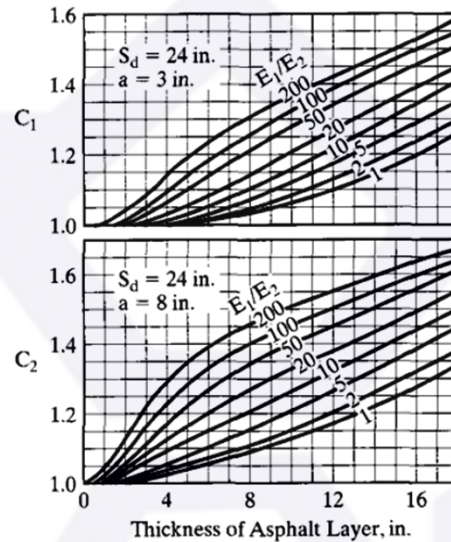
$$C = C_1 + 0.2 \times (a' - 3) \times (C_2 - C_1) \quad (2.19)$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۶

کرنش کششی تار پایین لایه اول در سیستم‌های دولایه‌ای (چرخ زوج)



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

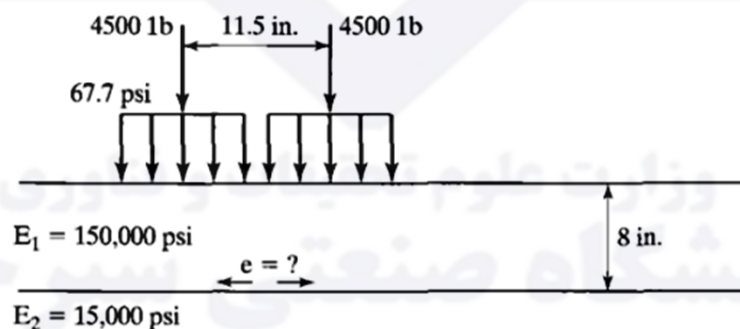
۳۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۸



For the same pavement as in Example 2.8, if the 9000-lb (40-kN) load is applied over a set of dual tires with a center-to-center spacing of 11.5 in. (292 mm) and a contact pressure of 67.7 psi (467 kPa), as shown in Figure 2.24, determine the critical tensile strain in the asphalt layer.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۸

مثال ۸



Solution: Given $a = \sqrt{4500/(\pi \times 67.7)} = 4.6$ in. (117 mm), $S_d = 11.5$ in. (292 mm), and $h_1 = 8$ in. (203 mm), from Eq. 2.18, $a' = 24 \times 4.6/11.5 = 9.6$ in. (244 mm) and $h'_1 = 24 \times 8/11.5 = 16.7$ in. (424 mm). With $E_1/E_2 = 10$ and an asphalt layer thickness of 16.7 in. (424 mm), from Figure 2.23, $C_1 = 1.35$ and $C_2 = 1.46$. From Eq. 2.19, $C = 1.35 + 0.2(9.6 - 3)(1.46 - 1.35) = 1.50$. From Figure 2.21, the strain factor for a single wheel = 0.47 and that for dual wheels = $1.50 \times 0.47 = 0.705$, so the critical tensile strain $e = 67.7 \times 0.705/150,000 = 3.18 \times 10^{-4}$, which checks closely with the 3.21×10^{-4} obtained by KENLAYER.

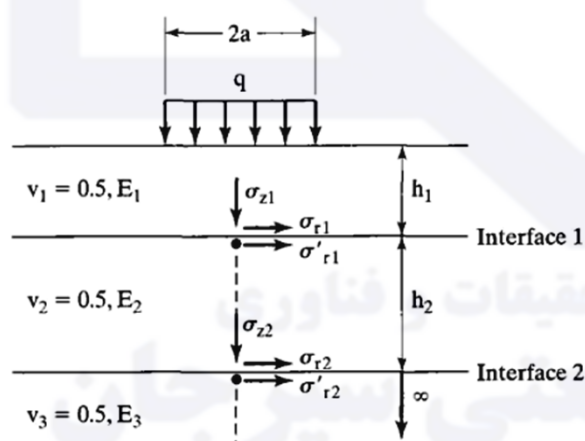
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۳۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

تحلیل سیستم‌های سه‌لایه‌ای



$$\epsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \sigma_r)$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{2E}(\sigma_r - \sigma_z)$$

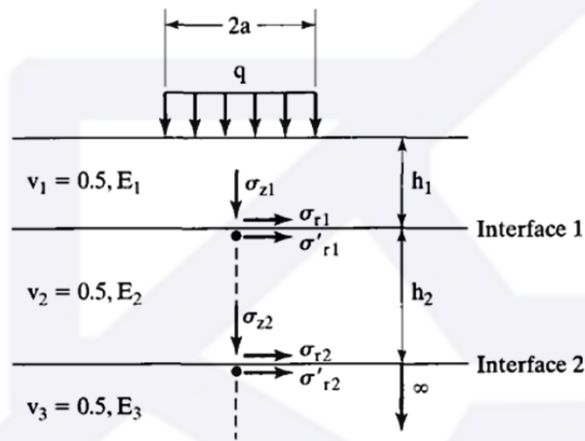
$$\epsilon_z = -2\epsilon_r$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۰

تحلیل سیستم‌های سه لایه‌ای



$$k_1 = \frac{E_1}{E_2} \quad k_2 = \frac{E_2}{E_3}$$

$$A = \frac{a}{h_2} \quad H = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\sigma_{z1} - \sigma'_{r1} = \frac{\sigma_{z1} - \sigma_{r1}}{k_1}$$

$$\sigma_{z2} - \sigma'_{r2} = \frac{\sigma_{z2} - \sigma_{r2}}{k_2}$$

$$\sigma_{z1} = q (ZZ1)$$

$$\sigma_{z2} = q (ZZ2)$$

$$\sigma_{z1} - \sigma_{r1} = q (ZZ1 - RR1)$$

$$\sigma_{z2} - \sigma_{r2} = q (ZZ2 - RR2)$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

نمونه‌ای از جداول Jones



TABLE 2.3 Stress Factors for Three-Layer Systems

H	k ₂	A	k ₁ = 2				k ₁ = 20				k ₁ = 200			
			ZZ1	ZZ2	(ZZ1 - RR1)	(ZZ2 - RR2)	ZZ1	ZZ2	(ZZ1 - RR1)	(ZZ2 - RR2)	ZZ1	ZZ2	(ZZ1 - RR1)	(ZZ2 - RR2)
0.125	2	0.1	0.42950	0.00896	0.70622	0.01716	0.14529	0.00810	1.81178	0.01542	0.03481	0.00549	3.02259	0.00969
		0.2	0.78424	0.03493	0.97956	0.06647	0.38799	0.03170	3.76886	0.06003	0.11491	0.02167	8.02452	0.03812
		0.4	0.98044	0.12667	0.70970	0.23531	0.78651	0.11650	5.16717	0.21640	0.33218	0.08229	17.64175	0.14286
		0.8	0.99434	0.36932	0.22319	0.63003	1.02218	0.34941	3.43631	0.60493	0.72695	0.27307	27.27701	0.45208
		1.6	0.99364	0.72113	-0.19982	0.97707	0.99060	0.69014	1.15211	0.97146	1.00203	0.63916	23.38638	0.90861
		3.2	0.99922	0.96148	-0.28916	0.84030	0.99893	0.93487	-0.06894	0.88358	1.00828	0.92560	11.87014	0.91469
0.125	20	0.1	0.43022	0.00228	0.69332	0.03467	0.14447	0.00182	1.80664	0.02985	0.03336	0.00128	3.17763	0.01980
		0.2	0.78414	0.00899	0.92086	0.13541	0.38469	0.00716	3.74573	0.11697	0.10928	0.00509	8.66097	0.07827
		0.4	0.97493	0.03392	0.46583	0.49523	0.77394	0.02710	5.05489	0.43263	0.31094	0.01972	20.12259	0.29887
		0.8	0.97806	0.11350	-0.66535	1.49612	0.98610	0.09061	2.92533	1.33736	0.65934	0.07045	36.29943	1.01694
		1.6	0.96921	0.31263	-2.82859	3.28512	0.93712	0.24528	-1.27093	2.99215	0.87931	0.20963	49.40857	2.64313
		3.2	0.98591	0.68433	-5.27906	5.05952	0.96330	0.55490	-7.35384	5.06489	0.93309	0.49938	57.84369	4.89895
0.125	2	0.1	0.15524	0.00710	0.28362	0.01353	0.04381	0.00530	0.63215	0.00962	0.00909	0.00259	0.96553	0.00407
		0.2	0.42809	0.02783	0.70225	0.05278	0.14282	0.02091	1.83766	0.03781	0.03269	0.01027	3.10763	0.01611
		0.4	0.77939	0.10306	0.96634	0.19178	0.37882	0.07933	3.86779	0.14159	0.10684	0.04000	8.37852	0.06221
		0.8	0.96703	0.31771	0.66885	0.55211	0.75904	0.26278	5.50796	0.44710	0.30477	0.14513	18.95534	0.21860
		1.6	0.98156	0.66753	0.17331	0.95080	0.98743	0.61673	4.24281	0.90115	0.66786	0.42940	31.18909	0.58553
		3.2	0.99840	0.93798	-0.05691	0.89390	1.00064	0.91258	1.97494	0.93254	0.98447	0.84545	28.98500	0.89191
0.25	20	0.1	0.15436	0.00179	0.25780	0.02728	0.04236	0.00123	0.65003	0.01930	0.00776	0.00065	1.08738	0.00861
		0.2	0.42462	0.00706	0.67115	0.10710	0.13708	0.00488	1.90693	0.07623	0.02741	0.00257	3.59448	0.03421
		0.4	0.76647	0.02697	0.84462	0.39919	0.35716	0.01888	4.13976	0.29072	0.08634	0.01014	10.30923	0.13365
		0.8	0.92757	0.09285	0.21951	1.26565	0.68947	0.06741	6.48948	0.98565	0.23137	0.03844	26.41442	0.49135
		1.6	0.91393	0.26454	-1.22411	2.94860	0.85490	0.20115	6.95639	2.55231	0.46835	0.13148	57.46409	1.53833
		3.2	0.95243	0.60754	-3.04320	4.89878	0.90325	0.48647	6.05854	4.76234	0.71083	0.37342	99.29034	3.60964

علیرضا غنی‌زاده

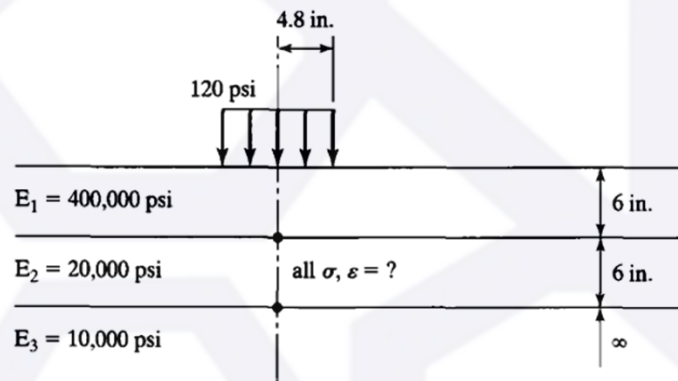
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۲

مثال ۹



Given the three-layer system shown in Figure 2.30 with $a = 4.8$ in. (122 mm), $q = 120$ psi (828 kPa), $h_1 = 6$ in. (152 mm), $h_2 = 6$ in. (203 mm), $E_1 = 400,000$ psi (2.8 GPa), $E_2 = 20,000$ psi (138 MPa), and $E_3 = 10,000$ psi (69 MPa), determine all the stresses and strains at the two interfaces on the axis of symmetry.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۳

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۹



Solution: Given $k_1 = 400,000/20,000 = 20$, $k_2 = 20,000/10,000 = 2$, $A = 4.8/6 = 0.8$, and $H = 6/6 = 1.0$, from Table 2.3, $ZZ1 = 0.12173$, $ZZ2 = 0.05938$, $ZZ1 - RR1 = 1.97428$, and $ZZ2 - RR2 = 0.09268$. From Eq. 2.24, $\sigma_{z1} = 120 \times 0.12173 = 14.61$ psi (101 kPa), $\sigma_{z2} = 120 \times 0.05938 = 7.12$ psi (49.1 kPa), $\sigma_{z1} - \sigma_{r1} = 120 \times 1.97428 = 236.91$ psi (1.63 MPa), and $\sigma_{z2} - \sigma_{r2} = 120 \times 0.09268 = 11.12$ psi (76.7 kPa). From Eq. 2.23, $\sigma_{z1} - \sigma'_{r1} = 236.91/20 = 11.85$ psi (81.8 kPa) and $\sigma_{z2} - \sigma'_{r2} = 11.12/2 = 5.56$ psi (38.4 kPa). At bottom of layer 1: $\sigma_{r1} = 14.61 - 236.91 = -222.3$ psi (-1.53 MPa), from Eq. 2.20, $\epsilon_z = 236.91/400,000 = 5.92 \times 10^{-4}$ and $\epsilon_r = -2.96 \times 10^{-4}$. At top of layer 2: $\sigma'_{r1} = 14.61 - 11.85 = 2.76$ psi (19.0 kPa), $\epsilon_z = 11.85/20,000 = 5.92 \times 10^{-4}$, and $\epsilon_r = -2.96 \times 10^{-4}$. At bottom of layer 2: $\sigma_{r2} = 7.12 - 11.12 = -4.0$ psi (-28 kPa), $\epsilon_z = 11.12/20,000 = 5.56 \times 10^{-4}$, and $\epsilon_r = -2.78 \times 10^{-4}$. At top of layer 3: $\sigma'_{r2} = 7.12 - 5.56 = 1.56$ psi (10.8 kPa), $\epsilon_z = 5.56/10,000 = 5.56 \times 10^{-4}$ and $\epsilon_r = -2.78 \times 10^{-4}$.

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۴

مدل های مکانیکی

(a) Elastic (b) Viscous (c) Maxwell

(d) Kelvin (e) Burgers (f) Generalized Model

علیرضا غنی زاده تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته ۴۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

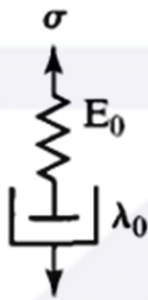
مدل های پایه

Elastic Materials $\sigma = E\epsilon$

Viscous Materials $\sigma = \lambda \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$ $\epsilon = \frac{\sigma t}{\lambda}$

علیرضا غنی زاده تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته ۴۶

مدل ماکسول



$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma t}{\lambda_0} = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right)$$

$$T_0 = \lambda_0/E_0 = \text{relaxation time.}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E_0} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\sigma}{\lambda_0} \\ \partial \epsilon / \partial t &= 0 \end{aligned} \right\} \sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right)$$

$$t = 0, \sigma = \sigma_0$$

$$t = \infty, \sigma = 0$$

$$t = T_0, \sigma = 0.368 \sigma_0$$

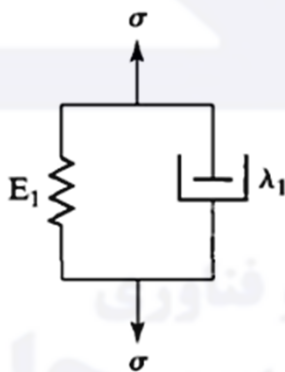
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مدل کلونین



$$\sigma = E_1 \epsilon + \lambda_1 \frac{\partial \epsilon}{\partial t}$$

$$\int_0^\epsilon \frac{d\epsilon}{\sigma - E_1 \epsilon} = \int_0^t \frac{dt}{\lambda_1}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

$$T_1 = \lambda_1/E_1 = \text{retardation time.}$$

$$t = 0, \epsilon = 0$$

$$t = \infty, \epsilon = \sigma/E_1$$

$$t = T_1, \epsilon = 0.632 \sigma/E_1$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۸

مدل برگر

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma t}{\lambda_0} = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right)$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \frac{\sigma}{E_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right]$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۴۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مدل عمومی

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۰

نرمی خزشی



$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

$$D(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma} = \frac{1}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

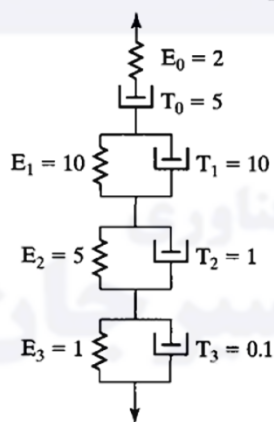
۵۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۰



A viscoelastic material is characterized by one Maxwell model and three Kelvin models connected in series with the viscoelastic constants shown in Figure 2.35a. Determine the creep compliance at various times, and plot the creep-compliance curve.



$$D(t) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۲

مثال ۱۰



Solution: In Figure 2.35a, no units are given for the viscoelastic constants. If E is in lb/in^2 , then the creep compliance is in in^2/lb . If E is in kN/m^2 , then the creep compliance is in m^2/kN . If T is in seconds, then the actual time t is also in seconds. From Eq. 2.36, when $t = 0, D = 1/E_0 = \frac{1}{2} = 0.5$; and when $t = 0.1, D = 0.5 (1 + 0.1/5) + 0.1 (1 - e^{-0.01}) + 0.2 (1 - e^{-0.1}) + (1 - e^{-1}) = 1.162$. The creep compliances at various times are tabulated in Table 2.4 and plotted in Figure 2.35b. It can be seen that, after $t = 5$, all the retarded strains have nearly completed and only the viscous strains exist, as indicated by a straight line. If the retarded strain lasts much longer, more Kelvin models with longer retardation times will be needed.

TABLE 2.4 Creep Compliance at Various Times

Time	Creep compliance	Time	Creep compliance
0	0.500	2	1.891
0.05	0.909	3	2.016
0.1	1.162	4	2.129
0.2	1.423	5	2.238
0.4	1.592	10	2.763
0.6	1.654	20	3.786
0.8	1.697	30	4.795
1.0	1.736	40	5.798
1.5	1.819	50	6.799

$$D(t) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \frac{t}{T_0} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

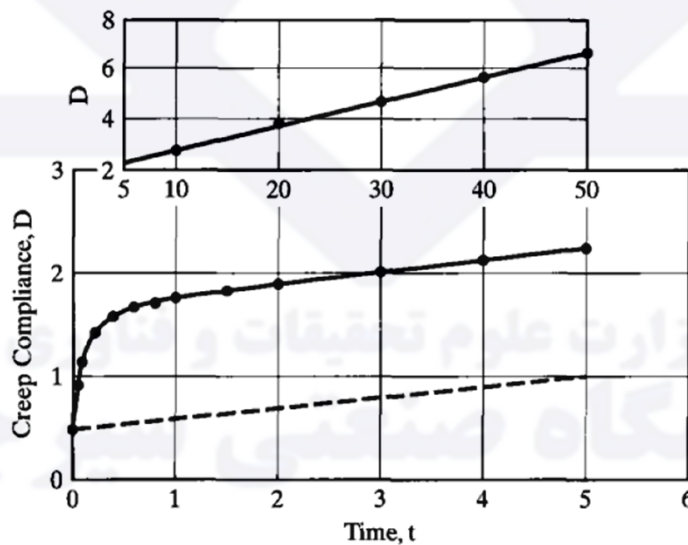
علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۳

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۰



علیرضا غنی‌زاده

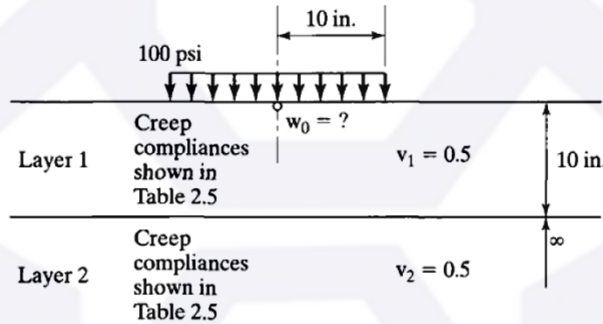
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۴

مثال ۱۱



Figure 2.36 shows a viscoelastic two-layer system under a circular loaded area having radius 10 in. (254 mm) and uniform pressure 100 psi (690 kPa). The thickness of layer 1 is 10 in. (254 mm), and both layers are incompressible, with Poisson ratio 0.5. The creep compliances of the two materials at five different times are tabulated in Table 2.5. Determine the surface deflection under the center of the loaded area at the given times.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۱



Solution: If the modulus ratio is greater than 1, the surface deflection w_0 at any given time can be determined from Figure 2.17. Take $t = 1$ s, for example. The elastic modulus is the reciprocal of creep compliance. For layer 1, $E_1 = 1/(2.683 \times 10^{-6}) = 3.727 \times 10^5$ psi (2.57 GPa) and for layer 2, $E_2 = 1/(19.52 \times 10^{-6}) = 5.123 \times 10^4$ psi (353 MPa), so $E_1/E_2 = 3.727 \times 10^5 / (5.123 \times 10^4) = 7.27$. From Figure 2.17, $F_2 = 0.54$, so $w_0 = 1.5 \times 100 \times 10 \times 0.54 / (5.123 \times 10^4) = 0.016$ in. (4.1 mm). The same procedure can be applied to other time durations and the results are shown in Table 2.5.

TABLE 2.5 Creep Compliances and Surface Deflections

Time (s)	0.01	0.1	1	10	100
Layer 1 $D(t)$ (10^{-6} /psi)	1.021	1.205	2.683	9.273	18.320
Layer 2 $D(t)$ (10^{-6} /psi)	1.052	7.316	19.520	73.210	110.000
Deflection w_0 (in.)	0.0016	0.0064	0.016	0.059	0.096

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۶

تحلیل ویسکوالاستیک



- ❖ روش باقیمانده‌های متوالی (Successive Residuals)
- ❖ روش کلوکیشن (Collocative)

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

سری دریشه (سری پرونی)



$$D(t) = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \right]$$

$$D(t) = \sum_{i=1}^n G_i \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right)$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۸

کالیبراسیون سری دریشه با استفاده از روش کولوکیشن



Static Creep Test at t_i → 0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1, 3, 10, 30 and 100 s

Retardation Time (T_i) → 0.01, 0.03, 0.1, 1, 10, 30, and ∞

$$\begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{t_1}{T_1}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_1}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-\frac{t_1}{T_7}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_7}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{t_1}{T_1}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_1}{T_7}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_1}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_7}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_7 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{t_1}{T_1}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_1}\right) \\ \vdots \\ \exp\left(-\frac{t_1}{T_7}\right) \dots \exp\left(-\frac{t_{11}}{T_7}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_{11} \end{Bmatrix}$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۵۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۲



It is assumed that the creep compliance of a viscoelastic material is represented by

$$D(t) = G_1 \exp(-10t) + G_2 \quad (2.41)$$

If the creep compliances at $t = 0.01, 0.07,$ and 0.4 s are $9.516 \times 10^{-5}, 5.034 \times 10^{-4}$ and 9.817×10^{-4} in.²/lb (13.8, 72.9, and 142.3 mm²/kN), respectively, determine the coefficients G_1 and G_2 .

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۰

مثال ۱۲



Solution: With $t_1 = 0.01, t_2 = 0.07, t_3 = 0.4, T_1 = 0.1, T_2 = \infty, D_1 = 9.516 \times 10^{-5}, D_2 = 5.034 \times 10^{-4},$ and $D_3 = 9.817 \times 10^{-4}.$ From Eq. 2.40,

$$\begin{bmatrix} e^{-0.1} & e^{-0.7} & e^{-4} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-0.1} & 1 \\ e^{-0.7} & 1 \\ e^{-4} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-0.1} & e^{-0.7} & e^{-4} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 9.516 \times 10^{-5} \\ 5.034 \times 10^{-4} \\ 9.817 \times 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

or

$$\begin{bmatrix} 1.066 & 1.420 \\ 1.420 & 3.000 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3.541 \times 10^{-4} \\ 1.580 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

$$G_1 = -0.001 \text{ in.}^2/\text{lb} \text{ } (-145 \text{ mm}^2/\text{kN}) \text{ and } G_2 = 0.001 \text{ in.}^2/\text{lb}$$

$$D(t) = 0.001 (1 - e^{-10t})$$

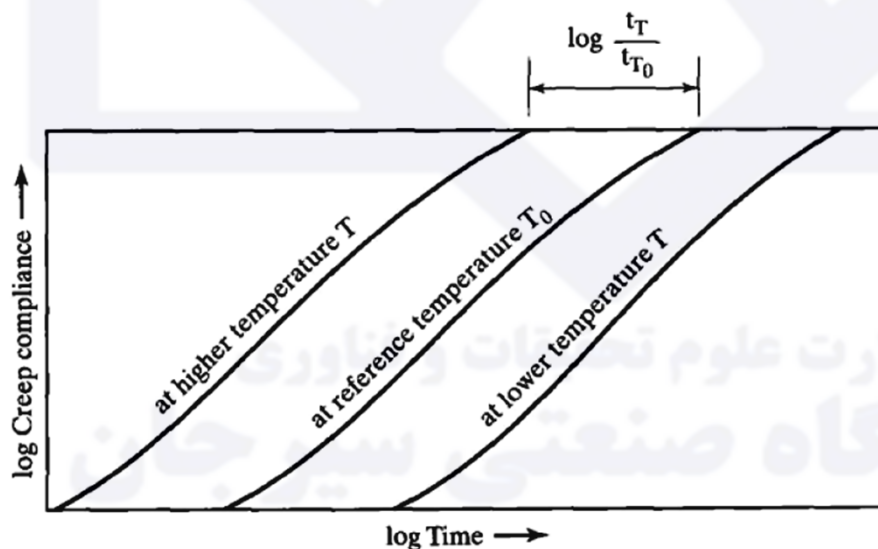
علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۱

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

اصل برهم‌نهی دما-زمان

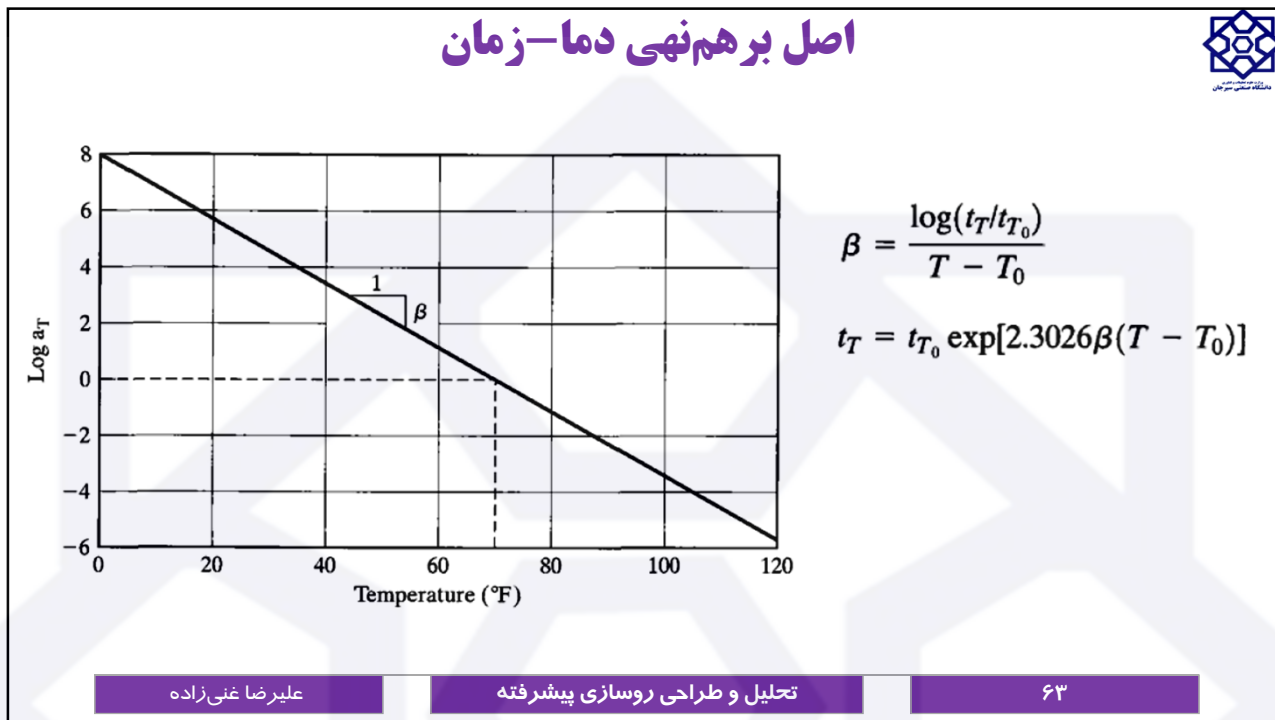


$$a_T = \frac{t_T}{t_{T_0}}$$

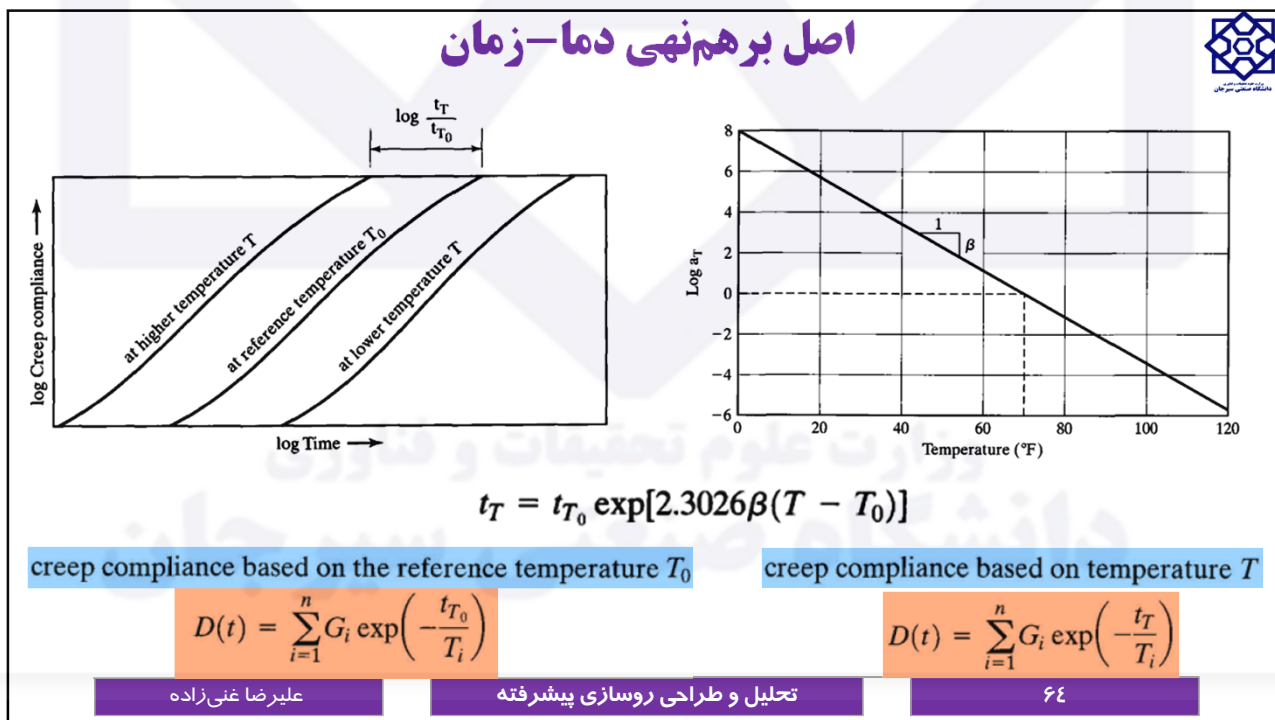
علیرضا غنی زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۲



A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir



تحلیل تحت اثر بار استاتیک



$$R = \sum_{i=1}^7 c_i \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right)$$

$$\begin{bmatrix} e^{-\frac{0.01}{0.01}} & e^{-\frac{0.01}{0.03}} & e^{-\frac{0.01}{0.1}} & e^{-\frac{0.01}{1}} & e^{-\frac{0.01}{10}} & e^{-\frac{0.01}{30}} & 1 \\ e^{-\frac{0.03}{0.01}} & e^{-\frac{0.03}{0.03}} & e^{-\frac{0.03}{0.1}} & e^{-\frac{0.03}{1}} & e^{-\frac{0.03}{10}} & e^{-\frac{0.03}{30}} & 1 \\ e^{-\frac{0.1}{0.01}} & e^{-\frac{0.1}{0.03}} & e^{-\frac{0.1}{0.1}} & e^{-\frac{0.1}{1}} & e^{-\frac{0.1}{10}} & e^{-\frac{0.1}{30}} & 1 \\ e^{-\frac{1}{0.01}} & e^{-\frac{1}{0.03}} & e^{-\frac{1}{0.1}} & e^{-\frac{1}{1}} & e^{-\frac{1}{10}} & e^{-\frac{1}{30}} & 1 \\ e^{-\frac{10}{0.01}} & e^{-\frac{10}{0.03}} & e^{-\frac{10}{0.1}} & e^{-\frac{10}{1}} & e^{-\frac{10}{10}} & e^{-\frac{10}{30}} & 1 \\ e^{-\frac{30}{0.01}} & e^{-\frac{30}{0.03}} & e^{-\frac{30}{0.1}} & e^{-\frac{30}{1}} & e^{-\frac{30}{10}} & e^{-\frac{30}{30}} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R)_{0.01} \\ (R)_{0.03} \\ (R)_{0.1} \\ (R)_1 \\ (R)_{10} \\ (R)_{30} \\ (R)_{\infty} \end{pmatrix}$$

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

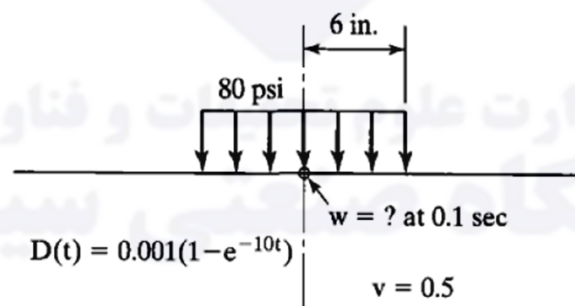
۶۵

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۳



The creep compliance of a homogeneous half-space is expressed as a Dirichlet series shown by Eq. 2.41 with $G_1 = -0.001 \text{ in.}^2/\text{lb}$ ($-145 \text{ mm}^2/\text{kN}$), $G_2 = 0.001 \text{ in.}^2/\text{lb}$ ($145 \text{ mm}^2/\text{kN}$), $T_1 = 0.1 \text{ s}$, and $T_2 = \infty$. Assuming that the half-space has Poisson ratio 0.5 and is subjected to a circular load with contact radius 6 in. (152 mm) and contact pressure 80 psi (552 kPa), as shown in Figure 2.39, determine the maximum surface deflection after a loading time of 0.1 s by the collocation method.



علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۶

مثال ۱۳



Solution: The maximum deflection occurs under the center of the loaded area. With $\nu = 0.5$, from Eq. 2.8,

$$w_0 = \frac{1.5qa}{E} = 1.5qaD(t) \quad (2.51)$$

Substituting Eq. 2.43 and the values of q and a into Eq. 2.51 yields

$$w_0 = 0.72(1 - e^{-10t}) \quad (2.52)$$

When $t = 0.1$, from Eq. 2.52, then $w_0 = 0.455$ in. (11.6 mm).

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۷

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

مثال ۱۳



$$\begin{bmatrix} 0.368 & 0.717 & 0.905 & 0.990 & 0.999 & 1.000 & 1 \\ 0.050 & 0.368 & 0.741 & 0.970 & 0.997 & 0.999 & 1 \\ 0.000 & 0.036 & 0.368 & 0.905 & 0.990 & 0.997 & 1 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.368 & 0.905 & 0.967 & 1 \\ 0.000 & 0.000 & 0.030 & 0.000 & 0.368 & 0.717 & 1 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.050 & 0.368 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.069 \\ 0.187 \\ 0.455 \\ 0.720 \\ 0.720 \\ 0.720 \\ 0.720 \end{Bmatrix}$$

The solution of Eq. 2.53 is $c_1 = 2.186$, $c_2 = -3.260$, $c_3 = 2.214$, $c_4 = -2.055$, $c_5 = 2.446$, $c_6 = -2.229$, and $c_7 = 1.418$. From Eq. 2.49, the surface deflection can be expressed as

$$w_0 = 2.186e^{-t/0.01} - 3.260e^{-t/0.03} + 2.214e^{-t/0.1} - 2.055e^{-t} + 2.446e^{-t/10} - 2.229e^{-t/30} + 1.418 \quad (2.54)$$

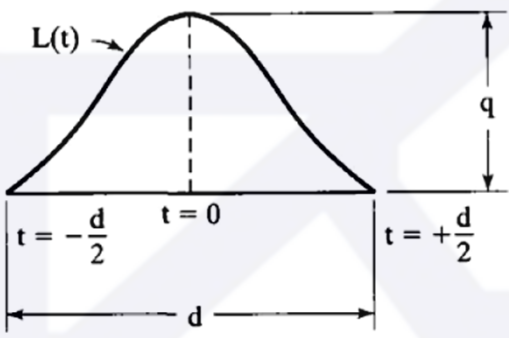
When $t = 0.1$, then $w_0 = 0 - 0.116 + 0.814 - 1.859 + 2.422 - 2.222 + 1.418 = 0.457$ in. (11.6 mm), which checks with the exact solution of 0.455 in. (11.6 mm).

علیرضا غنی‌زاده

تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته

۶۸

تحلیل تحت اثر بار متحرک



$$L(t) = q \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi t}{d}\right)$$

$$d = \frac{12a}{s}$$

If $a = 6$ in. and $s = 40$ mph (64 km/h) = 58.7 ft/s (17.9 m/s), $d = 0.1$ s.

علیرضا غنی زاده
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته
۶۹

A.R. Ghanizadeh, ghanizadeh@sirjantech.ac.ir

تحلیل تحت اثر بار متحرک

Static Load

$$R(t) = \sum_{i=1}^7 c_i \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right)$$

↓

Moving Load

$$R = \int_{-d/2}^0 R(t) \frac{dL}{dt} dt$$

$$L(t) = q \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi t}{d}\right) \Rightarrow \frac{dL}{dt} = -\frac{q\pi}{d} \sin\left(\frac{2\pi t}{d}\right)$$

$$R = \frac{q\pi^2}{2} \sum_{i=1}^n c_i \frac{1 + \exp(-d/2T_i)}{\pi^2 + (d/2T_i)^2}$$

علیرضا غنی زاده
تحلیل و طراحی روسازی پیشرفته
۷۰