

Advanced Soil Mechanics



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه صنعتی سیرجان



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

فصل دوم: تحکیم

علی رضا غنی زاده

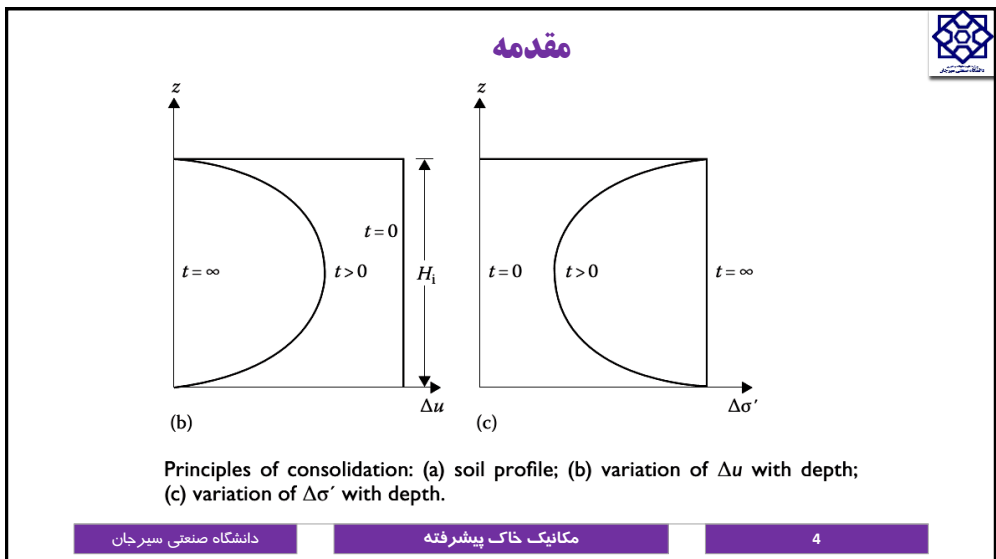
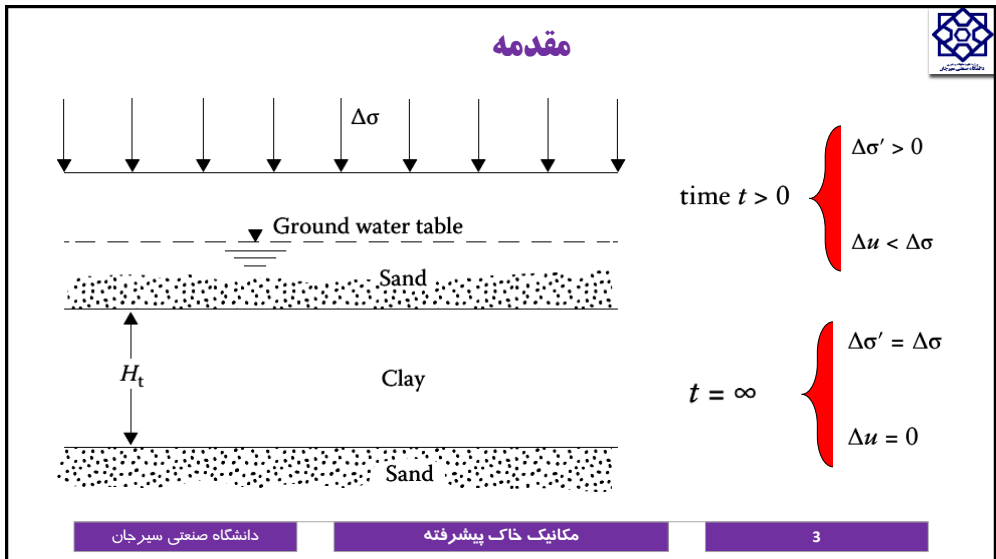
دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی سیرجان



مقدمه

- هنگامی که یک لایه خاک تحت تأثیر تنش فشاری قرار می گیرد تا حد معینی فشرده می شود.
- این فشردگی می تواند ناشی از تغییر وضع قرارگیری ذرات، تغییر شکل الاستیک، بیرون رانده شدن هوا یا آب و پدیده خزش باشد.
- بر اساس نظریه ترزاقی "کاهش میزان رطوبت خاک اشباع بدون جایگزین شدن آب با هوا تحکیم نامیده می شود".
- تحکیم تنها در خصوص خاک های ریزدانه مطرح می باشد که در آنها فشار آب حفره ای به سرعت زایل نمی شود و برای زایل شدن فشار آب حفره ای نیاز به گذشت زمان است.

Advanced Soil Mechanics



Advanced Soil Mechanics



مقدمه

Time, t	Total stress increase, $\Delta\sigma$	Excess pore water pressure, Δu	Effective stress increase, $\Delta\sigma'$
0	$\Delta\sigma$	$\Delta\sigma$	0
>0	$\Delta\sigma$	$<\Delta\sigma$	>0
∞	$\Delta\sigma$	0	$\Delta\sigma$

❖ فرایند کاهش فشار آب حفره‌ای و افزایش فشار مؤثر در لایه رسی به فرایند تحکیم معروف است.



نظریه تحکیم یک بعدی

➤ نظریه تحکیم یک بعدی نخستین بار در سال ۱۹۲۵ توسط ترزاقی ارائه شد.

➤ فرضیات نظریه تحکیم یک بعدی ترزاقی:

- ۱- لایه خاک رس همگن است.
- ۲- لایه رس اشباع است.
- ۳- تراکم لایه خاک تنها ناشی از تغییر حجم حاصل از خارج شدن آب از فضای خالی می‌باشد.
- ۴- قانون دارسی در مورد حرکت آب صادق است.
- ۵- تغییر شکل خاک تنها در امتداد اعمال بار انجام می‌شود.
- ۶- ضریب تحکیم C_v در زمان تحکیم ثابت باقی می‌ماند.

Advanced Soil Mechanics

نظریه تحکیم یک بعدی

$\Delta\sigma$

Flow at point A

$$q_z = k_z i_z A_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z} dx dy$$

$$q_z + dq_z = k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz \right) dx dy$$

دانشگاه صنعتی سیرجان مکانیک خاک پیشرفته 7

نظریه تحکیم یک بعدی

$(q_z + dq_z) - q_z = \text{rate of change of volume of soil element}$

$$= \frac{\partial V}{\partial t}$$

where

$$V = dx dy dz$$

$$\left. \begin{aligned} k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dx dy dz &= \frac{\partial V}{\partial t} \\ h &= \frac{u}{\gamma_w} \end{aligned} \right\} \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{dx dy dz} \frac{\partial V}{\partial t}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان مکانیک خاک پیشرفته 8

Advanced Soil Mechanics



نظریه تحکیم یک بعدی

During consolidation, the rate of change of volume is equal to the rate of change of the void volume. So,

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V_v}{\partial t}$$

where V_v is the volume of voids in the soil element. However,

$$V_v = eV_s$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = V_s \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{V}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{dx \, dy \, dz}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t}$$



نظریه تحکیم یک بعدی

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} = V_s \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{V}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{dx \, dy \, dz}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \\ \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \end{aligned} \right\}$$

Advanced Soil Mechanics



نظریه تحکیم یک بعدی

The change in void ratio, ∂e , is due to the increase of effective stress; assuming that these are linearly related, then

$$\partial e = -a_v \partial(\Delta\sigma') \quad (6.10)$$

where a_v is the coefficient of compressibility. Again, the increase of effective stress is due to the decrease of excess pore water pressure, ∂u . Hence

$$\left. \begin{aligned} \partial e &= a_v \partial u \\ \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \end{aligned} \right\} \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{a_v}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} = m_v \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6.11)$$



نظریه تحکیم یک بعدی

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{a_v}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} = m_v \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$m_v = \text{coefficient of volume compressibility} = \frac{a_v}{1+e}$$

$$\text{or } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w m_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

where

$$C_v = \text{coefficient of consolidation} = \frac{k}{\gamma_w m_v}$$



$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Advanced Soil Mechanics



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$u = F(z)G(t)$$

So,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(z) \frac{\partial}{\partial t} G(t) = F(z)G'(t)$$

and

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} F(z)G(t) = F''(z)G(t)$$



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

$$F(z)G'(t) = C_v F''(z)G(t)$$

or

$$\frac{F''(z)}{F(z)} = \frac{G'(t)}{C_v G(t)} \quad (6.19)$$

The right-hand side of Eq. (6.19) is a function of z only and is independent of t ; the left-hand side of the equation is a function of t only and is independent of z . Therefore they must be equal to a constant, say, $-B^2$. So,

$$F''(z) = -B^2 F(z) \quad (6.20)$$

A solution to Eq. (6.20) can be given by

$$F(z) = A_1 \cos Bz + A_2 \sin Bz \quad (6.21)$$

where A_1 and A_2 are constants.

Advanced Soil Mechanics



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

$$G'(t) = -B^2 C_v G(t)$$

The solution to Eq. (6.22) is given by

$$G(t) = A_3 \exp(-B^2 C_v t)$$

$$F(z) = A_1 \cos Bz + A_2 \sin Bz$$

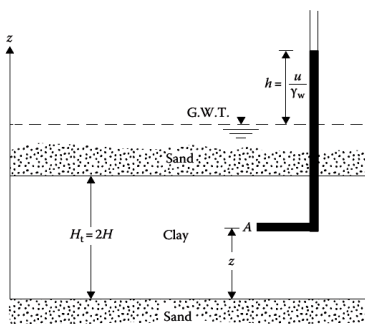
$$G(t) = A_3 \exp(-B^2 C_v t)$$

$$u = F(z)G(t)$$

$$u = (A_1 \cos Bz + A_2 \sin Bz) A_3 \exp(-B^2 C_v t) \\ = (A_4 \cos Bz + A_5 \sin Bz) \exp(-B^2 C_v t)$$

where $A_4 = A_1 A_3$ and $A_5 = A_2 A_3$.

شرایط مرزی و حل معادله تحکیم یک بعدی



$$u = (A_1 \cos Bz + A_2 \sin Bz) A_3 \exp(-B^2 C_v t) \\ = (A_4 \cos Bz + A_5 \sin Bz) \exp(-B^2 C_v t)$$

1. At time $t = 0$, $u = u_i$ (initial excess pore water pressure at any depth).
2. $u = 0$ at $z = 0$.
3. $u = 0$ at $z = H_i = 2H$.

Advanced Soil Mechanics



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

1. At time $t = 0$, $u = u_i$ (initial excess pore water pressure at any depth).
2. $u = 0$ at $z = 0$.
3. $u = 0$ at $z = H_i = 2H$.

$$u = (A_1 \cos Bz + A_2 \sin Bz) A_3 \exp(-B^2 C_v t)$$

$$= (A_4 \cos Bz + A_5 \sin Bz) \exp(-B^2 C_v t)$$

The second boundary condition dictates that $A_4 = 0$, and from the third boundary condition we get

$$A_5 \sin 2BH = 0 \quad \text{or} \quad 2BH = n\pi$$

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)$$

where T_v is the nondimensional time factor and is equal to $C_v t / H^2$.



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

1. At time $t = 0$, $u = u_i$ (initial excess pore water pressure at any depth).
2. $u = 0$ at $z = 0$.
3. $u = 0$ at $z = H_i = 2H$.

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right)$$

To satisfy the first boundary condition, we must have the coefficients of A_n such that

$$u_i = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \quad (6.26)$$

Equation (6.26) is a Fourier sine series, and A_n can be given by

$$A_n = \frac{1}{H} \int_0^{2H} u_i \sin \frac{n\pi z}{2H} dz \quad (6.27)$$

Combining Eqs. (6.25) and (6.27),

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1}{H} \int_0^{2H} u_i \sin \frac{n\pi z}{2H} dz \right) \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right) \quad (6.28)$$

Advanced Soil Mechanics



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1}{H} \int_0^{2H} u_i \sin \frac{n\pi z}{2H} dz \right) \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp \left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right)$$

If u_i is constant with depth—i.e., if $u_i = u_0$ (Figure 6.3a)—then, referring to Eq. (6.28),

$$\frac{1}{H} \int_0^{2H} u_i \sin \frac{n\pi z}{2H} dz = \frac{2u_0}{n\pi} (1 - \cos n\pi)$$

So,

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2u_0}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp \left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4} \right) \quad (6.29)$$



حل تحلیلی معادله تحکیم یک بعدی

substitute $n = 2m + 1$, where m is an integer

$$u = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2u_0}{(2m+1)\pi} [1 - \cos(2m+1)\pi] \sin \frac{(2m+1)\pi z}{2H} \\ \times \exp \left[\frac{-(2m+1)^2 \pi^2 T_v}{4} \right]$$

$$u = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2u_0}{M} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-M^2 T_v)$$

where $M = (2m+1)\pi/2$.

Advanced Soil Mechanics

درجه تحکیم



$$U_z = \frac{\text{excess pore water pressure dissipated}}{\text{initial excess pore water pressure}}$$

$$= \frac{u_i - u}{u_i} = 1 - \frac{u}{u_i} = \frac{\Delta\sigma'}{u_i} = \frac{\Delta\sigma'}{u_0}$$



$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-M^2 T_v)$$

مثال ۱



حالت اضافه فشار اولیه آب حفره‌ای که نسبت به عمق ثابت است را در نظر بگیرید. برای $T_v = 0.3$ ، درجه تحکیم را در عمق $H/3$ از بالای لایه رس به دست آورید.

SOLUTION From Eq. (6.32), for constant pore water pressure increase,

$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-M^2 T_v)$$

Here $z = H/3$, or $z/H = 1/3$, and $M = (2m + 1)\pi/2$. We can now make a table to calculate U_z :

Advanced Soil Mechanics



مثال ۶-۱

where $M = (2m + 1)\pi/2$.

1. z/H	1/3	1/3	1/3	
2. T_v	0.3	0.3	0.3	
3. m	0	1	2	
4. M	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	
5. Mz/H	$\pi/6$	$\pi/2$	$5\pi/6$	
6. $2/M$	1.273	0.4244	0.2546	
7. $\exp(-M^2 T_v)$	0.4770	0.00128	≈ 0	
8. $\sin(Mz/H)$	0.5	1.0	0.5	
9. $(2/M)[\exp(-M^2 T_v) \sin(Mz/H)]$	0.3036	0.0005	≈ 0	$\Sigma = 0.3041$

Using the value of 0.3041 calculated in step 9, the degree of consolidation at depth $H/3$ is

$$U_{(H/3)} = 1 - 0.3041 = 0.6959 = 69.59\%$$

Note that in the above table we need not go beyond $m = 2$, since the expression in step 9 is negligible for $m \geq 3$.



درجه تحکیم متوسط

$$U_{av} = \frac{(1/H_t) \int_0^{H_t} u_i dz - (1/H_t) \int_0^{H_t} u dz}{(1/H_t) \int_0^{H_t} u_i dz}$$

The average degree of consolidation is also the ratio of consolidation settlement at any time to maximum consolidation settlement. Note, in this case, that $H_t = 2H$ and $u_i = u_0$.

$$U_{av} = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v)$$

Advanced Soil Mechanics

رابطه بین عامل زمان و درجه تحکیم متوسط



Terzaghi

$$\text{For } U_{av} = 0-53\% : \quad T_v = \frac{\pi}{4} \left(\frac{U_{av}\%}{100} \right)^2 \quad (6.35)$$

$$\text{For } U_{av} = 53-100\% : \quad T_v = 1.781 - 0.933 [\log(100 - U_{av}\%)] \quad (6.36)$$

رابطه بین عامل زمان و درجه تحکیم متوسط



Sivaram and Swamee (1977)

$$\frac{U_{av}\%}{100} = \frac{(4T_v/\pi)^{0.5}}{[1 + (4T_v/\pi)^{2.8}]^{0.179}} \quad (6.37)$$

or

$$T_v = \frac{(\pi/4)(U_{av}\%/100)^2}{[1 - (U_{av}\%/100)^{5.6}]^{0.357}} \quad (6.38)$$

Equations (6.37) and (6.38) give an error in T_v of less than 1% for $0\% < U_{av} < 90\%$ and less than 3% for $90\% < U_{av} < 100\%$. Table 6.1 gives the variation of T_v with U_{av} based on Eq. (6.34).

It must be pointed out that, if we have a situation of one-way drainage

Advanced Soil Mechanics

درجه تحکیم در حالت توزیع فشار منفذی خطی

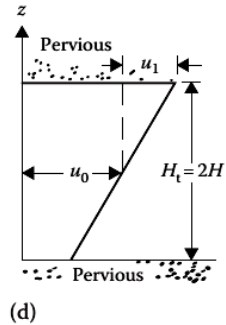
$$u_i = u_0 - u_1 \frac{H-z}{H} \quad (6.39)$$

Substitution of the above relation for u_i into Eq. (6.28) yields

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[\frac{1}{H} \int_0^{2H} \left(u_0 - u_1 \frac{H-z}{H} \right) \sin \frac{n\pi z}{2H} dz \right] \sin \frac{n\pi z}{2H} \times \exp\left(\frac{-n^2 \pi^2 T_v}{4}\right) \quad (6.40)$$

The average degree of consolidation can be obtained by solving Eqs. (6.40) and (6.33):

$$U_{av} = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v)$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

27

درجه تحکیم در حالت توزیع فشار سینوسی

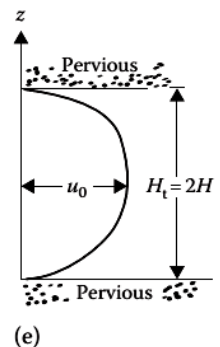
Sinusoidal variation (Figure 6.3e) can be represented by the equation

$$u_i = u_0 \sin \frac{\pi z}{2H} \quad (6.41)$$

The solution for the average degree of consolidation for this type of excess pore water pressure distribution is of the form

$$U_{av} = 1 - \exp\left(\frac{-\pi^2 T_v}{4}\right) \quad (6.42)$$

The variation of U_{av} for various values of T_v is given in Table 6.1.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

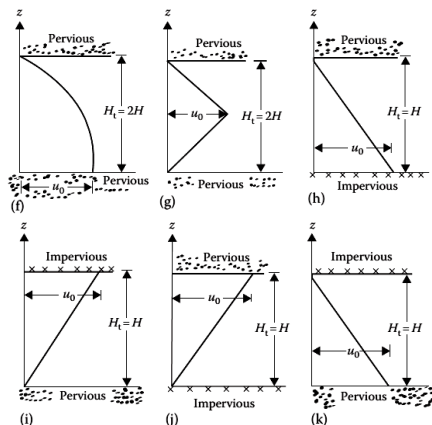
28

Advanced Soil Mechanics

رابطه بین عامل زمان و درجه تحکیم متوسط



Figure	u_i	Boundary conditions
6.3f	$u_0 \cos \frac{\pi z}{4H}$	Time $t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = 2H$ $u = 0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = 2H$ $u = 0$ at $z = 0$
6.3g	For $z \leq H$, $\frac{u_0}{H}z$ For $z \geq H$, $2u_0 - \frac{u_0}{H}z$	$t = 0$, $u = u_i$ $u = u_0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = 2H$ $u = 0$ at $z = 0$
6.3h	$u_0 - \frac{u_0}{H}z$	$t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = H$ $u = u_0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = u_0$ at $z = H$ $u = 0$ at $z = 0$
6.3i	$\frac{u_0}{H}z$	$t = 0$, $u = u_i$ $u = u_0$ at $z = H$ $u = 0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = u_0$ at $z = H$ $u = 0$ at $z = 0$
6.3j	$\frac{u_0}{H}z$	$t = 0$, $u = u_i$ $u = u_0$ at $z = H$ $u = 0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = H$ $u = 0$ at $z = 0$
6.3k	$u_0 - \frac{u_0}{H}z$	$t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = H$ $u = u_0$ at $z = 0$ $t = 0$, $u = u_i$ $u = 0$ at $z = H$ $u = u_0$ at $z = 0$

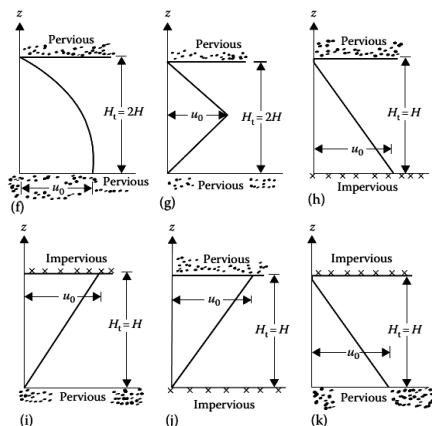
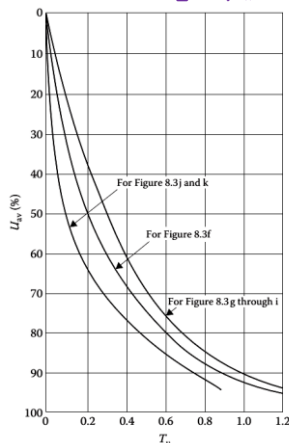


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

29

رابطه بین عامل زمان و درجه تحکیم متوسط



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

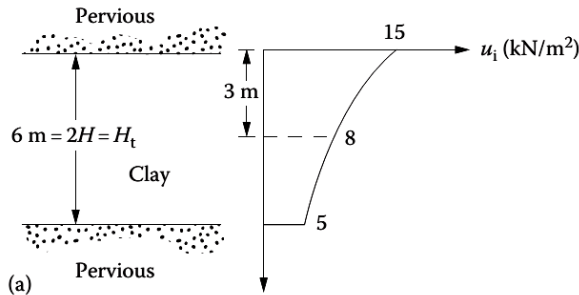
30

Advanced Soil Mechanics

مثال ۲



تحت بارگذاری معین فشار آب حفره‌ای در یک لایه رسی (زهکشی از بالا و پایین) مطابق شکل زیر افزایش پیدا خواهد کرد. برای عامل زمان $T_v = 0.3$ درجه تحکیم متوسط را محاسبه کنید.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

31

مثال ۲



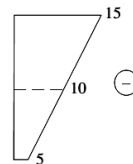
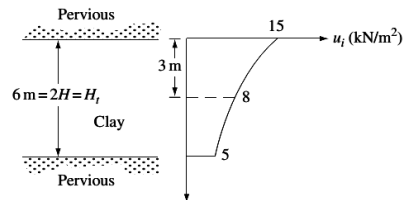
The area of the diagram in Figure 6.6b is

$$A_1 = 6 \left(\frac{1}{2} \right) (15 + 5) = 60 \text{ kN/m}$$

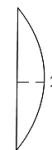
The area of the diagram in Figure 6.6c is

$$A_2 = \sum_{z=0}^{z=6} 2 \sin \frac{\pi z}{2H} dz = \int_0^6 2 \sin \frac{\pi z}{6} dz$$

$$= (2) \left(\frac{6}{\pi} \right) \left(-\cos \frac{\pi z}{6} \right)_0^6 = \frac{12}{\pi} (2) = \frac{24}{\pi} = 7.64 \text{ kN/m}$$



(b)



(c)

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

32

Advanced Soil Mechanics

مثال ۲

The average degree of consolidation can now be calculated as follows:

$$U_{av}(T_v = 0.3) = \frac{\text{For Figure 6.6b} \quad U_{av}(T_v = 0.3)A_1 - \text{For Figure 6.6c} \quad U_{av}(T_v = 0.3)A_2}{\text{For Figure 6.6a} \quad A_1 - A_2}$$

Net area of Figure 6.6a

From Table 6.1 for $T_v = 0.3$, $U_{av} \approx 61\%$ for area A_1 ; $U_{av} \approx 52.3\%$ for area A_2 .

So

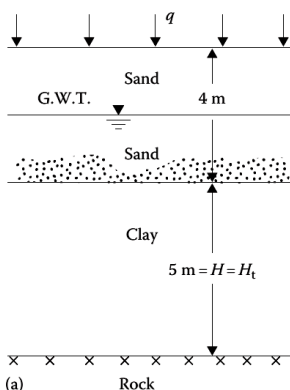
$$U_{av} = \frac{61(60) - (7.64)52.3}{60 - 7.64} = \frac{3260.43}{52.36} = 62.3\%$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

33

مثال ۳



یک سربار یکنواخت به شدت ۱۰۰ کیلونیوتن بر متر مربع مطابق شکل زیر بر سطح زمین اثر می‌کند. مطلوبست:

- ✓ توزیع اضافه فشار اولیه آب حفره‌ای در لایه رسی
- ✓ توزیع اضافه فشار آب حفره‌ای نسبت به عمق در لایه رسی در زمانی که $T_v = 0.5$ باشد.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

34

Advanced Soil Mechanics

مقدمه‌ای بر روش تفاضلات محدود برای حل معادلات دیفرانسیل



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q - \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

$$\phi(x, y, t)$$

Initial Condition

$$\phi(x, y, 0) = \bar{\phi}_{x,0}$$

Boundry Condition

$$\phi(x_1, y_1, t) = \bar{\phi}_{x_1,t}$$

Dirichlet boundary Condition

$$\frac{\partial \phi(x_1, y_1, t)}{\partial x} = \bar{\phi}_{x_1,t}$$

Neumann boundary Condition

انواع معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسائل ژئوتکنیک



Poisson's or Laplace Equation (where $f(x,y)=0$)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = f(x, y)$$

Diffusion Equation

$$k \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Wave Equation

$$c^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

Advanced Soil Mechanics

انواع معادلات دیفرنسیل حاکم بر مسائل ژئوتکنیک



Advection Equation

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -c \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

Advection-Diffusion Equation

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = k \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

37

بسط سری تیلور و مک لورن



$$f(x) =$$

$$f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \text{for } |x| < 1$$

$$\tan^{-1}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{for } |x| < 1$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

38

Advanced Soil Mechanics

بسط سری تیلور و مک لورن



$$\varphi(x_{l+1}) = \varphi(x_l + \Delta x) = \varphi(x_l) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi^{(n)}(x_l)}{n!} \Delta x^n$$

$$\varphi(X_{l+1}) = \varphi(X_l + \Delta x) = \varphi(X_l) + \Delta x \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=x_l} + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_{x=x_l+\theta\Delta x}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

39

Forward Difference scheme



$$\varphi_{l+1} = \varphi_l + \Delta x \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_l + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_{l+\theta_l} \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_l = \frac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_{l+\theta_l}$$

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_l \approx \frac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{\Delta x}$$

$$E = -\frac{\Delta x}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_{l+\theta_l}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

40

Advanced Soil Mechanics

Backward Difference scheme



$$\varphi_{l-1} = \varphi_l - \Delta x \frac{d\varphi}{dx} \Big|_l + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \Big|_{l-\theta_2} \quad \longrightarrow \quad \frac{d\varphi}{dx} \Big|_l = \frac{\varphi_l - \varphi_{l-1}}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \Big|_{l-\theta_2}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} \Big|_l \simeq \frac{\varphi_l - \varphi_{l-1}}{\Delta x}$$

$$E = \frac{\Delta x}{2} \frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_{l-\theta_1}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

41

Central Difference scheme



$$\varphi_{l+1} = \varphi_l + \Delta x \frac{d\varphi}{dx} \Big|_l + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \Big|_l + \frac{\Delta x^3}{6} \frac{d^3\varphi}{dx^3} \Big|_{l+\theta_3} / 0 \leq \theta_3 \leq 1$$

$$\varphi_{l-1} = \varphi_l - \Delta x \frac{d\varphi}{dx} \Big|_l + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \Big|_l - \frac{\Delta x^3}{6} \frac{d^3\varphi}{dx^3} \Big|_{l-\theta_4} / 0 \leq \theta_4 \leq 1$$



$$\varphi_{l+1} - \varphi_{l-1} = 2\Delta x \frac{d\varphi}{dx} \Big|_l + \frac{\Delta x^3}{6} \left(\frac{d^3\varphi}{dx^3} \Big|_{l+\theta_3} + \frac{d^3\varphi}{dx^3} \Big|_{l-\theta_4} \right)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} \Big|_l \simeq \frac{\varphi_{l+1} - \varphi_{l-1}}{2\Delta x}$$

$$|E| \leq \frac{\Delta x^2}{6} \cdot \max \left| \frac{d^3\varphi}{dx^3} \right|_{[\varphi_{l-1}, \varphi_{l+1}]}$$

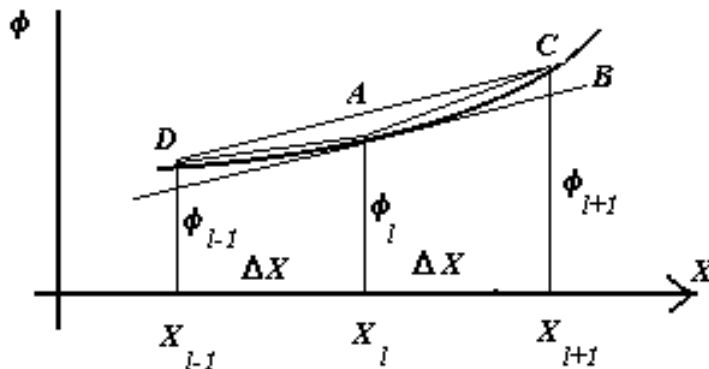
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

42

Advanced Soil Mechanics

تقریب تفاضل محدود برای مشتق مرتبه اول



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

43

تقریب دیفرانسیل مرتبه دوم



$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta x \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_i + \frac{\Delta x^3}{6} \left. \frac{d^3\varphi}{dx^3} \right|_i + \frac{\Delta x^4}{24} \left. \frac{d^4\varphi}{dx^4} \right|_{i+\theta_5} \quad 0 \leq \theta_5 \leq 1$$

$$\varphi_{i-1} = \varphi_i - \Delta x \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_i - \frac{\Delta x^3}{6} \left. \frac{d^3\varphi}{dx^3} \right|_i + \frac{\Delta x^4}{24} \left. \frac{d^4\varphi}{dx^4} \right|_{i+\theta_6} \quad 0 \leq \theta_6 \leq 1$$

$$\left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_i = \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{\Delta x^2}{24} \left(\left. \frac{d^4\varphi}{dx^4} \right|_{i+\theta_5} + \left. \frac{d^4\varphi}{dx^4} \right|_{i-\theta_6} \right)$$

$$\left. \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right|_i \approx \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{\Delta x^2}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

44

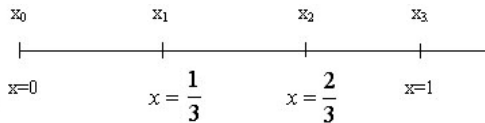
Advanced Soil Mechanics

مثال ۴

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \varphi = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 0 \\ x = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = 1 \\ x = 1 \end{array} \right\}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

45

حل مثال ۴

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_1 - \phi_1 = 0$$

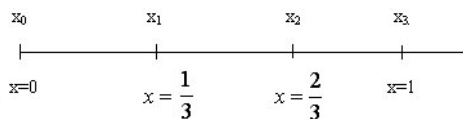
$$\frac{d^2\phi}{dx^2} \Big|_1 = \frac{\phi_{1+1} - 2\phi_1 + \phi_{1-1}}{\Delta x^2}$$

$$\rightarrow \phi_{1+1} - 2\phi_1 + \phi_{1-1} - \Delta x^2\phi_1 = 0$$

$$\begin{cases} -\phi_2 + \frac{19}{9}\phi_1 = 0 \\ \frac{19}{9}\phi_2 - \phi_1 = 1 \end{cases}$$

$$\phi_2 = 0.6107$$

$$\phi_1 = 0.2893$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

46

Advanced Soil Mechanics

نحوه اعمال شرایط مرزی نیومن



$$\left. \frac{d\phi}{dx} \right|_L = -q$$

$$\frac{\phi_L - \phi_{L-1}}{\Delta x} = -q$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

47

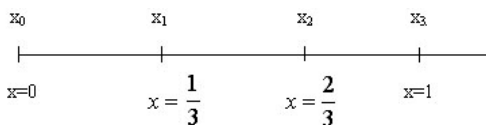
مثال ۵



$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \phi = 0$$

$$\left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=1} = 1$$

$$\left. \phi \right|_{x=0} = 0$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

48

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۵



$$\frac{d^2\phi}{dx^2}\Big|_1 - \phi_1 = 0$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}\Big|_1 = \frac{\phi_{1+1} - 2\phi_1 + \phi_{1-1}}{\Delta x^2}$$



$$\phi_{l+1} - 2\phi_l + \phi_{l-1} - \Delta x^2 \phi_l = 0$$

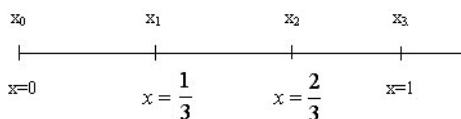
$$\frac{\phi_L - \phi_{L-1}}{\Delta x} = 1$$

$$\begin{cases} \phi_2 - \frac{19}{9}\phi_1 = 0 \\ \phi_3 - \frac{19}{9}\phi_2 + \phi_1 = 0 \\ \phi_3 - \phi_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\phi_1 = 0.2477$$

$$\phi_2 = 0.5229$$

$$\phi_3 = 0.8563$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

49

مثال ۶



$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + \phi = x \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d\phi}{dx} + \phi = 1 \\ x = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi = 0 \\ x = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Delta x \leq \frac{1}{4}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

50

Advanced Soil Mechanics

حل عددی معادله تحکیم یک بعدی با روش FDM



$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

با فرض مقادیر دلخواه برای t_R و z_R داریم:

Nondimensional excess pore water pressure: $\bar{u} = \frac{u}{u_R}$

Nondimensional time: $\bar{t} = \frac{t}{t_R}$

Nondimensional depth: $\bar{z} = \frac{z}{z_R}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_R}{t_R} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}}$$

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = C_v \frac{u_R}{z_R^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2}$$

حل عددی معادله تحکیم یک بعدی با روش FDM



If we adopt the reference time in such a way that $t_R = z_R^2 / C_v$

$$\frac{1}{t_R} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} = \frac{C_v}{z_R^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{\Delta \bar{t}} (\bar{u}_{0,\bar{i}+\Delta \bar{t}} - \bar{u}_{0,\bar{i}})$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} = \frac{1}{(\Delta \bar{z})^2} (\bar{u}_{1,\bar{i}} + \bar{u}_{3,\bar{i}} - 2\bar{u}_{0,\bar{i}})$$

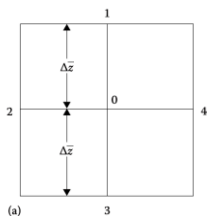
$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\Delta \bar{t}} (\bar{u}_{0,\bar{i}+\Delta \bar{t}} - \bar{u}_{0,\bar{i}}) = \frac{1}{(\Delta \bar{z})^2} (\bar{u}_{1,\bar{i}} + \bar{u}_{3,\bar{i}} - 2\bar{u}_{0,\bar{i}}) \end{array} \right\}$$

$$\bar{u}_{0,\bar{i}+\Delta \bar{t}} = \frac{\Delta \bar{t}^{(1)}}{(\Delta \bar{z})^2} (\bar{u}_{1,\bar{i}} + \bar{u}_{3,\bar{i}} - 2\bar{u}_{0,\bar{i}}) + \bar{u}_{0,\bar{i}}$$

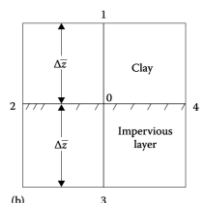
For Eq. (6.61) to converge, $\Delta \bar{t}$ and $\Delta \bar{z}$ must be chosen such that $\Delta \bar{t} / (\Delta \bar{z})^2$ is less than 0.5.

Advanced Soil Mechanics

حل عددی معادله تحکیم یک بعدی با روش FDM



$$\bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} = \frac{\Delta\bar{t}}{(\Delta\bar{z})^2} (\bar{u}_{1,\bar{t}} + \bar{u}_{3,\bar{t}} - 2\bar{u}_{0,\bar{t}}) + \bar{u}_{0,\bar{t}}$$



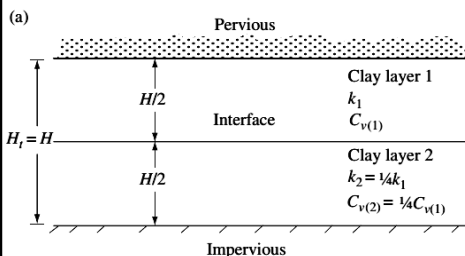
$$\bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} = \frac{\Delta\bar{t}}{(\Delta\bar{z})^2} (2\bar{u}_{1,\bar{t}} - 2\bar{u}_{0,\bar{t}}) + \bar{u}_{0,\bar{t}}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

53

حل عددی معادله تحکیم یک بعدی برای خاک‌های لایه‌ای



$$\frac{k}{C_v} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

↑ change in volume ↑ difference between the rate of flow

$$\frac{k}{C_v} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{C_{v1}} + \frac{k_2}{C_{v2}} \right) \frac{1}{\Delta t} (u_{0,t+\Delta t} - u_{0,t})$$

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{k_1}{(\Delta z)^2} + \frac{k_2}{(\Delta z)^2} \right] \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} u_{1,t} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} u_{3,t} - 2u_{0,t} \right)$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

54

Advanced Soil Mechanics



حل عددی معادله تحکیم یک بعدی

$$\left(\frac{k_1}{C_{v1}} + \frac{k_2}{C_{v2}}\right) \frac{1}{\Delta t} (u_{0,t+\Delta t} - u_{0,t})$$

$$= \frac{1}{(\Delta z)^2} (k_1 + k_2) \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} u_{1,t} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} u_{3,t} - 2u_{0,t} \right)$$

or

$$u_{0,t+\Delta t} = \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \frac{k_1 + k_2}{k_1/C_{v1} + k_2/C_{v2}}$$

$$\times \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} u_{1,t} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} u_{3,t} - 2u_{0,t} \right) + u_{0,t}$$

or

$$u_{0,t+\Delta t} = \frac{\Delta t C_{v1}}{(\Delta z)^2} \frac{1 + k_2/k_1}{1 + (k_2/k_1)(C_{v1}/C_{v2})}$$

$$\times \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} u_{1,t} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} u_{3,t} - 2u_{0,t} \right) + u_{0,t}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

55



حل عددی معادله تحکیم یک بعدی

Assuming $1/t_R = C_{v1}/z_R^2$

$$\bar{u}_{0,i+\Delta i} = \frac{1 + k_2/k_1}{1 + (k_2/k_1)(C_{v1}/C_{v2})} \frac{\Delta \bar{t}}{(\Delta \bar{z})^2}$$

$$\times \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} \bar{u}_{1,i} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} \bar{u}_{3,i} - 2\bar{u}_{0,i} \right) + \bar{u}_{0,i}$$

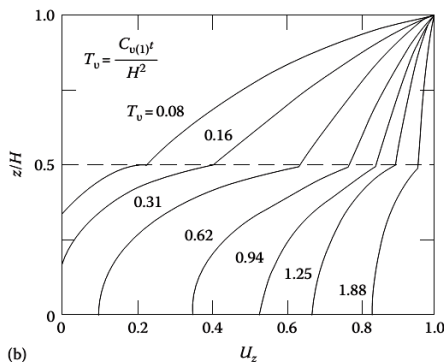
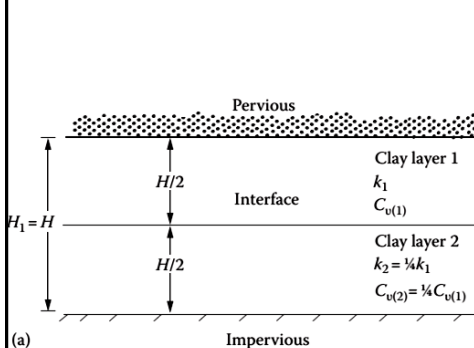
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

56

Advanced Soil Mechanics

حل عددی معادله تحکیم یک بعدی

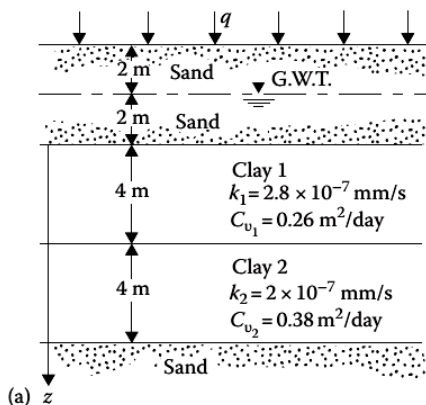


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

57

مثال ۷



یک بار یکنواخت با شدت ۱۵۰ کیلو نیوتن بر متر مربع بر روی سطح خاکی با پروفیل نشان داده شده در شکل وارد می‌شود. با استفاده از روش تفاضل محدود توزیع فشار آب حفره‌ای را در عمق‌های مختلف لایه‌های رسی پس از ۱۰ روز محاسبه کنید.

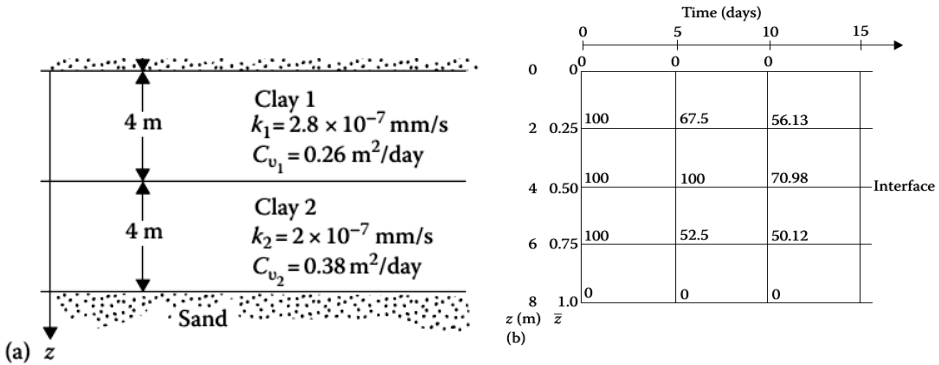
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

58

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۷



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

59

حل مثال ۷



Now, let $z_R = 8 \text{ m}$ and $u_R = 1.5 \text{ kN/m}^2$.

So, $\bar{z} = (8 \text{ m})/(8 \text{ m}) = 1$ and $\bar{u} = (150 \text{ kN/m}^2)/(1.5 \text{ kN/m}^2) = 100$.

$$\Delta \bar{z} = 2/8 = 0.25$$

$$t_R = \frac{z_R^2}{C_v} \quad \bar{t} = \frac{t}{t_R} \quad \frac{\Delta t}{\Delta \bar{t}} = \frac{z_R^2}{C_v} \quad \text{or} \quad \Delta \bar{t} = \frac{C_v \Delta t}{z_R^2}$$

Let $\Delta t = 5 \text{ days}$ for both layers. So, for layer 1,

$$\Delta \bar{t}_{(1)} = \frac{C_{v1} \Delta t}{z_R^2} = \frac{0.26(5)}{8^2} = 0.0203 \quad \frac{\Delta \bar{t}_{(1)}}{(\Delta \bar{z})^2} = \frac{0.0203}{0.25^2} = 0.325 \quad (< 0.5)$$

For layer 2,

$$\Delta \bar{t}_{(2)} = \frac{C_{v2} \Delta t}{z_R^2} = \frac{0.38(5)}{8^2} = 0.0297 \quad \frac{\Delta \bar{t}_{(2)}}{(\Delta \bar{z})^2} = \frac{0.0297}{0.25^2} = 0.475 \quad (< 0.5)$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

60

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۵ روز



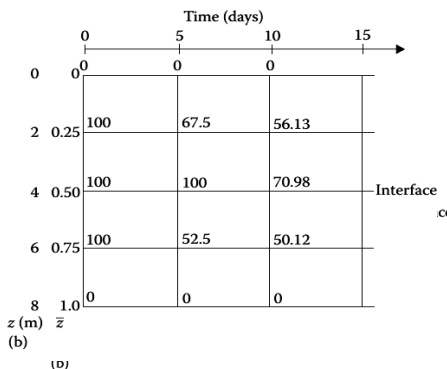
For $t = 5$ days,

At $\bar{z} = 0$,

$$\bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$,

$$\begin{aligned}\bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} &= \frac{\Delta\bar{t}_{(1)}}{(\Delta\bar{z})^2} (\bar{u}_{1,\bar{t}} + \bar{u}_{3,\bar{t}} - 2\bar{u}_{0,\bar{t}}) + \bar{u}_{0,\bar{t}} \\ &= 0.325[0 + 100 - 2(100)] + 100 = 67.5\end{aligned}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

61

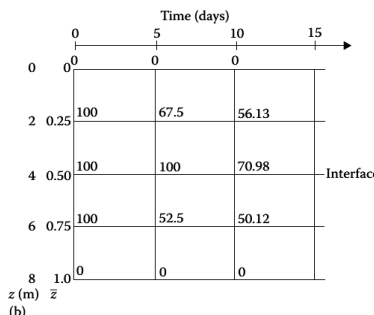
حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۵ روز



For $t = 5$ days,

At $\bar{z} = 0.5$ [note: this is the boundary of two layers, so we will use Eq. (6.66)],

$$\begin{aligned}\bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} &= \frac{1 + k_2/k_1}{1 + (k_2/k_1)(C_{v1}/C_{v2})} \frac{\Delta\bar{t}_{(1)}}{(\Delta\bar{z})^2} \\ &\quad \times \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2} \bar{u}_{1,\bar{t}} + \frac{2k_2}{k_1 + k_2} \bar{u}_{3,\bar{t}} - 2\bar{u}_{0,\bar{t}} \right) + \bar{u}_{0,\bar{t}} \\ &= \frac{1 + \frac{2}{2.8}}{1 + (2 \times 0.26)/(2.8 \times 0.38)} (0.325) \\ &\quad \times \left[\frac{2 \times 2.8}{2 + 2.8} (100) + \frac{2 \times 2}{2 + 2.8} (100) - 2(100) \right] + 100 \\ \bar{u}_{0,\bar{t}+\Delta\bar{t}} &= (1.152)(0.325)(116.67 + 83.33 - 200) + 100 = 100\end{aligned}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

62

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۵ روز

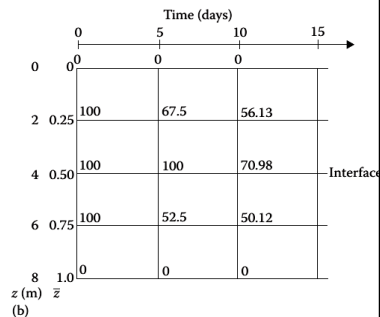


At $\bar{z} = 0.75$,

$$\begin{aligned}\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} &= \frac{\Delta\bar{t}_{(2)}}{(\Delta\bar{z})^2}(\bar{u}_{1,\bar{z}} + \bar{u}_{3,\bar{z}} - 2\bar{u}_{0,\bar{z}}) + \bar{u}_{0,\bar{z}} \\ &= 0.475[100 + 0 - 2(100)] + 100 = 52.5\end{aligned}$$

At $\bar{z} = 1.0$,

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

63

حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۰ روز



For $t = 10$ days,

At $\bar{z} = 0$,

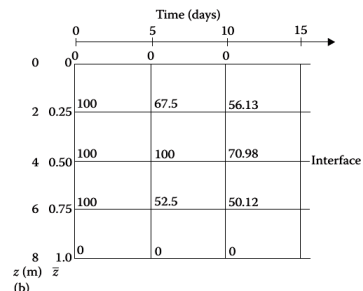
$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$,

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0.325[0 + 100 - 2(67.5)] + 67.5 = 56.13$$

At $\bar{z} = 0.5$,

$$\begin{aligned}\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} &= (1.152)(0.325) \left[\frac{2 \times 2.8}{2 + 2.8}(67.5) + \frac{2 \times 2}{2 + 2.8}(52.5) - 2(100) \right] + 100 \\ &= (1.152)(0.325)(78.75 + 43.75 - 200) + 100 = 70.98\end{aligned}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

64

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۰ روز



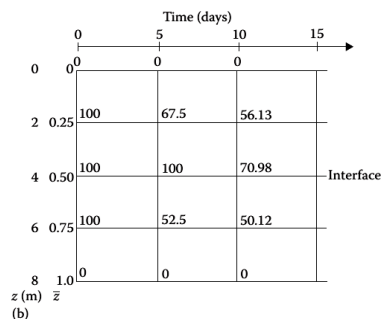
For $t = 10$ days,

At $\bar{z} = 0$,

$$\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$,

$$\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 0.325[0 + 100 - 2(67.5)] + 67.5 = 56.13$$

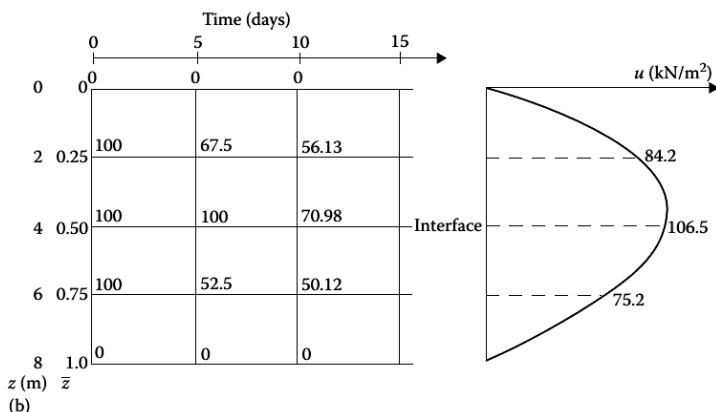


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

65

حل مثال ۷: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۰ روز



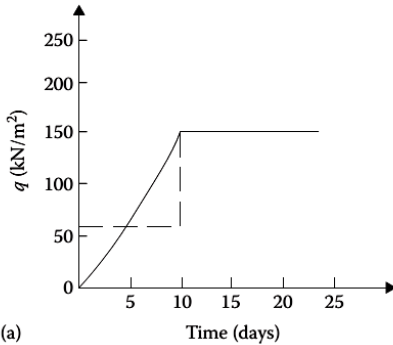
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

66

Advanced Soil Mechanics

مثال ۸



در مثال قبل در صورتی که بار با شدت ۱۵۰ کیلونیوتن بر متر مربع بر روی سطح خاک به صورت تدریجی مطابق شکل روبرو افزایش یابد، با استفاده از روش تفاضل محدود توزیع فشار آب حفره‌ای را در عمق‌های مختلف لایه‌های رسی پس از ۱۵ روز محاسبه کنید.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

67

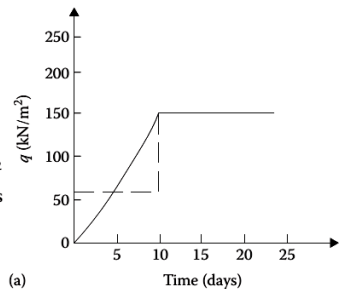
حل مثال ۸



SOLUTION As before, $z_R = 8$ m, $u_R = 1.5$ kN/m². For $\Delta t = 5$ days,

$$\frac{\Delta \bar{t}_{(1)}}{(\Delta \bar{z})^2} = 0.325 \quad \frac{\Delta \bar{t}_{(2)}}{(\Delta \bar{z})^2} = 0.475$$

The continuous loading can be divided into step loads such as 60 kN/m² from 0 to 10 days and an added 90 kN/m² from the tenth day on. This is shown by dashed lines in Figure 6.12a.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

68

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۰ روز



At $t = 0$ days,

$$\bar{z} = 0 \quad \bar{u} = 0$$

$$\bar{z} = 0.25 \quad \bar{u} = 60/1.5 = 40$$

$$\bar{z} = 0.5 \quad \bar{u} = 40$$

$$\bar{z} = 0.75 \quad \bar{u} = 40$$

$$\bar{z} = 1 \quad \bar{u} = 0$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

69

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۵ روز



At $t = 5$ days,

At $\bar{z} = 0$,

$$\bar{u} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$, from Eq. (6.61),

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0.325[0+40-2(40)]+40 =$$

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = (1.532)(0.325) \left[\frac{2 \times 2.8}{2+2.8}(40) + \frac{2 \times 2}{2+2.8}(40) - 2(40) \right] + 40 = 40$$

At $\bar{z} = 0.5$, from Eq. (6.66),

At $\bar{z} = 0.75$, from Eq. (6.61),

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0.475[40+0-2(40)]+40 = 21$$

At $\bar{z} = 1$,

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

70

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۰ روز



At $t = 10$ days,

At $\bar{z} = 0$,

$$\bar{u} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$, from Eq. (6.61),

$$\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 0.325[0 + 40 - 2(27)] + 27 = 22.45$$

At this point, a new load of 90 kN/m^2 is added, so \bar{u} will increase by an amount $90/1.5 = 60$. The new $\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}}$ is $60 + 22.45 = 82.45$. At $\bar{z} = 0.5$, from Eq. (6.66),

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

71

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۰ روز



$$\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = (1.152)(0.325) \left[\frac{2 \times 2.8}{2 + 2.8} (27) + \frac{2 \times 2}{2 + 2.8} (21) - 2(40) \right] + 40 = 28.4$$

$$\text{New } \bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 28.4 + 60 = 88.4$$

At $\bar{z} = 0.75$, from Eq. (6.61),

$$\bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 0.475[40 + 0 - 2(21)] + 21 = 20.05$$

$$\text{New } \bar{u}_{0, \bar{z} + \Delta \bar{z}} = 60 + 20.05 = 80.05$$

At $\bar{z} = 1$,

$$\bar{u} = 0$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

72

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۵ روز



At $t = 15$ days,

At $\bar{z} = 0$,

$$\bar{u} = 0$$

At $\bar{z} = 0.25$,

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0.325[0 + 88.4 - 2(82.45)] + 82.45 = 57.6$$

At $\bar{z} = 0.5$,

$$\begin{aligned} \bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} &= (1.152)(0.325) \\ &\times \left[\frac{2 \times 2.8}{2 + 2.8}(82.45) + \frac{2 \times 2}{2 + 2.8}(80.05) - 2(88.4) \right] + 88.4 = 83.2 \end{aligned}$$

At $\bar{z} = 0.75$,

$$\bar{u}_{0,\bar{z}+\Delta\bar{z}} = 0.475[88.4 + 0 - 2(80.05)] + 80.05 = 46.0$$

At $\bar{z} = 1$,

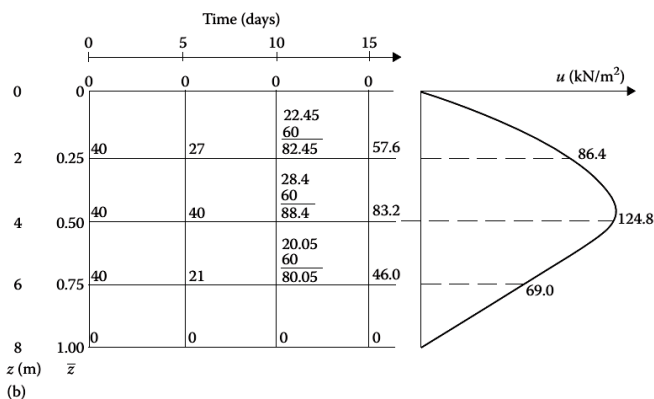
$$\bar{u} = 0$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

73

حل مثال ۸: تعیین فشار آب حفره‌ای در عمق‌های مختلف پس از ۱۵ روز



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

74

Advanced Soil Mechanics

آزمایش تحکیم (Odometer test)



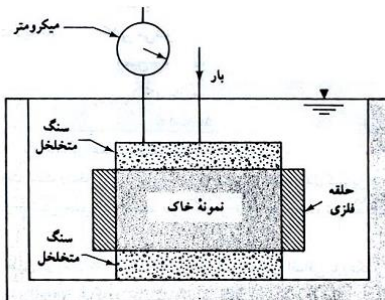
- ✓ نمونه خاک در داخل یک حلقه فلزی قرار داده شده و دو درپوش سنگی متخلخل یکی در بالا و دیگری در پایین آن قرار داده می‌شود .
- ✓ قطر نمونه معمولاً $63/5$ میلی‌متر و ضخامت آن $25/4$ میلی‌متر است.
- ✓ در حین آزمایش، نمونه در داخل آب نگهداری می‌شود. پس از پر کردن محفظه با آب ۲۴ ساعت صبر می‌کنیم تا نمونه اشباع شود.
- ✓ بارگذاری نمونه به وسیله یک اهرم اعمال شده و میزان فشردگی توسط یک میکرومتر عقربه‌ای اندازه‌گیری می‌شود. هر بارگذاری برای مدت ۲۴ ساعت حفظ می‌شود. بارگذاری با اعمال بار $0/25$ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع آغاز می‌شود.
- ✓ بعد از آن میزان بار معمولاً دو برابر می‌گردد. با دو برابر کردن بار، میزان فشردگی و اندازه‌گیری فشردگی ادامه می‌یابد.
- ✓ در انتهای آزمایش، وزن خشک نمونه آزمایشی تعیین می‌گردد.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

75

آزمایش تحکیم (Odometer test)



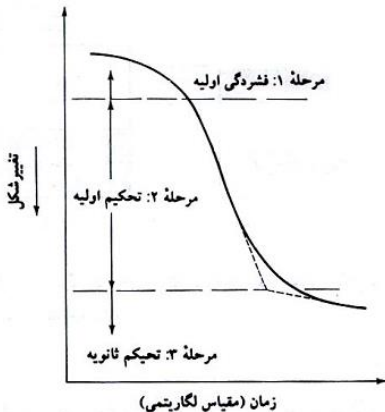
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

76

Advanced Soil Mechanics

نمودار تغییر شکل – زمان در حین تحکیم با افزایش بار معلوم

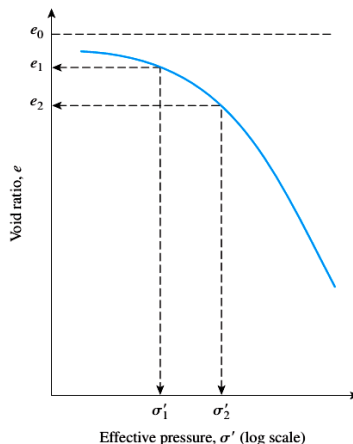


مرحله ۱: فشردگی اولیه که اکثراً به علت پیش بارگذاری است.

مرحله ۲: تحکیم اولیه که طی آن به علت زهکشی آب حفره‌ای، فشار اضافی آب حفره‌ای به تدریج به تنش مؤثر تبدیل می‌شود.

مرحله ۳: تحکیم ثانویه که بعد از اتمام زایل شدن فشار اضافی آب حفره‌ای رخ می‌دهد و علت آن به وجود آمدن تغییر شکل‌های پلاستیک و خزش در اسکلت خاک است.

نمودار نسبت تخلخل – فشار



Advanced Soil Mechanics

نمودار نسبت تخلخل – فشار

گام ۱- ارتفاع قسمت جامد نمونه، H_s ، را محاسبه نمایید:

$$H_s = \frac{W_s}{AG_s\gamma_w} = \frac{M_s}{AG_s\rho_w}$$

W_s = dry weight of the specimen

M_s = dry mass of the specimen

A = area of the specimen

G_s = specific gravity of soil solids

γ_w = unit weight of water

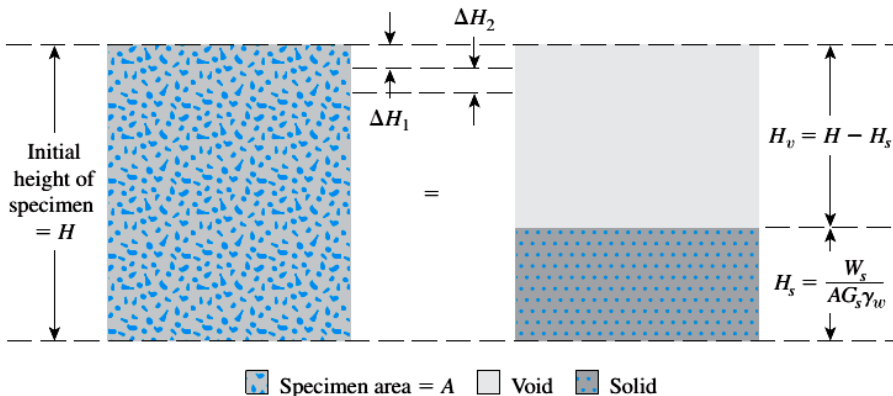
ρ_w = density of water

گام ۲- ارتفاع اولیه حفرات، H_v ، را محاسبه کنید:

$$H_v = H - H_s$$

H = initial height of the specimen.

نمودار نسبت تخلخل – فشار



Advanced Soil Mechanics

نمودار نسبت تخلخل – فشار

گام ۳- نسبت تخلخل اولیه نمونه، e_0 ، را محاسبه نمایید:

$$e_0 = \frac{V_v}{V_s} = \frac{H_v}{H_s} \frac{A}{A} = \frac{H_v}{H_s}$$

گام ۴- برای اولین بارگذاری P_1 که باعث تغییر شکل DH_1 می‌شود تغییرات نسبت تخلخل، Δe_1 ، را محاسبه نمایید:

$$\Delta e_1 = \frac{\Delta H_1}{H_s}$$

گام ۵- پس از تحکیم به علت نمو فشار P_1 ، نسبت تخلخل جدید e_1 را محاسبه نمایید:

$$e_1 = e_0 - \Delta e_1$$

برای بار بعدی P_2 که باعث تغییر اضافی شکل DH_2 می‌شود نسبت تخلخل، e_2 ، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

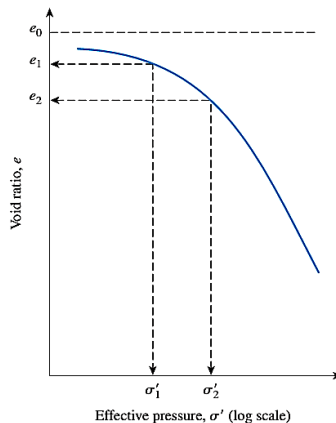
$$e_2 = e_1 - \frac{\Delta H_2}{H_s}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

81

نمودار نسبت تخلخل – فشار



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

82

Advanced Soil Mechanics

رس عادی تحکیم یافته و رس پیش تحکیم یافته

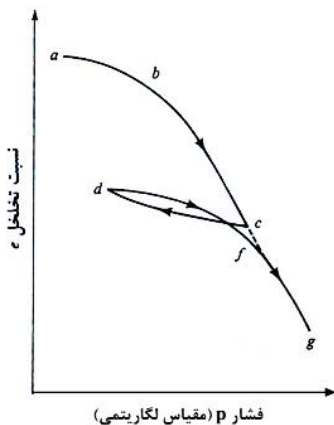
- ✓ از دیدگاه تاریخچه زمین‌شناسی نمونه به دست آمده از عمق تحت تأثیر فشار سربار مؤثری قرار داشته و تحت آن تحکیم یافته است. حداکثر فشار سربار مؤثر ممکن است مساوی و یا بزرگ‌تر از فشار سربار موجود در هنگام نمونه‌گیری باشد.
- ✓ در هر صورت پس از نمونه‌گیری، نمونه از فشار سربار موجود نیز آزاد شده و در نتیجه مقداری منبسط می‌شود.
- ✓ وقتی که این نمونه تحت آزمایش تحکیم قرار گیرد، تا جایی که فشار وارده مساوی فشار سربار مؤثر صحرائی در گذشته باشد، مقدار فشردگی (و یا تغییر در نسبت تخلخل) کوچک خواهد بود و در واقع فقط انبساط ایجادشده به علت آزاد شدن فشار سربار در هنگام نمونه‌گیری جبران می‌شود.
- ✓ وقتی که فشار کل مؤثر بر نمونه در هنگام آزمایش از فشار سربار مؤثر در گذشته بیشتر باشد، تغییرات تخلخل با شیب تندتر خواهد شد.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

83

رس عادی تحکیم یافته و رس پیش تحکیم یافته



❖ رس‌های عادی تحکیم یافته که برای آن‌ها فشار سربار موجود حداکثر فشار سربار مؤثری است که نمونه در گذشته تحت تأثیر آن بوده است.

❖ رس‌های پیش تحکیم یافته که فشار سربار موجود بر روی آن‌ها، کمتر از فشار سربار حداکثری است که در گذشته نمونه آن را تجربه کرده است. حداکثر فشار سربار مؤثر در گذشته فشار پیش تحکیم نامیده می‌شود.

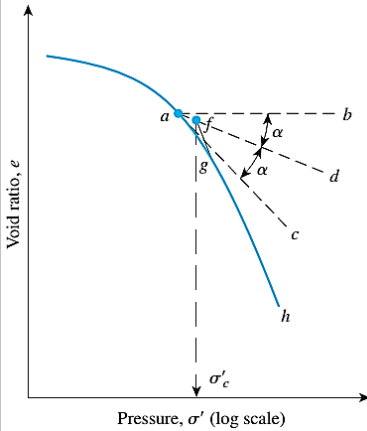
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

84

Advanced Soil Mechanics

تنش در صفحات اصلی



- ✓ با بررسی چشمی در روی نمودار e در مقابل $\log \sigma$ نقطه‌ای مثل a تعیین نمایید که دارای حداقل شعاع انحنا باشد.
- ✓ خط افقی ab را رسم کنید.
- ✓ مماس ac را در نقطه a بر منحنی رسم کنید.
- ✓ خط cd یعنی نیمساز زاویه bac را رسم کنید.
- ✓ قسمت خطی gh نمودار $\log \sigma$ را به سمت عقب ادامه دهید تا ad را در f قطع کند. طول نقطه f فشار پیش تحکیم یافته است.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

85

نسبت پیش تحکیمی

$$OCR = \frac{\sigma'_c}{\sigma'}$$

σ'_c = preconsolidation pressure of a specimen
 σ' = present effective vertical pressure

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

86

Advanced Soil Mechanics

روابطی برای تعیین فشار پیش تحکیم

- Stas and Kulhawy (1984):

$$\frac{\sigma'_c}{p_a} = 10^{[1.11 - 1.62(LL)]}$$

$$LI = \frac{w - PL}{LL - PL}$$

where p_a = atmospheric pressure ($\approx 100 \text{ kN/m}^2$)

LI = liquidity index

- Hansbo (1957)

$$\sigma'_c = \alpha_{(VST)} C_{u(VST)}$$

where $\alpha_{(VST)}$ = an empirical coefficient = $\frac{222}{LL(\%)}$

$C_{u(VST)}$ = undrained shear strength obtained from vane shear test

روابطی برای تعیین فشار پیش تحکیم

- Nagaraj and Murty (1985):

$$\log \sigma'_c = \frac{1.112 - \left(\frac{e_o}{e_L}\right) 0.0463 \sigma'_o}{0.188}$$

where e_o = *in situ* void ratio

$$e_L = \text{void ratio at liquid limit} = \left[\frac{LL(\%)}{100} \right] G_s$$

G_s = specific gravity of soil solids

σ'_o = *in situ* effective overburden pressure

(Note: σ'_c and σ'_o are in kN/m^2)

Advanced Soil Mechanics

روابط تجربی برای تعیین نشانه فشرده‌گی C_c و C_r

Typical range of values

$$C_c = 0.1 \text{ to } 0.8$$

$$C_r = 0.015 \text{ to } 0.35; \text{ also, } C_r \approx C_c/5 \text{ to } C_c/10$$

$$C_c/C_c = 0.03 \text{ to } 0.08$$

Empirical relationships

$$C_c = 0.009 (LL - 10)$$

$$C_c = 0.40(e_o - 0.25)$$

$$C_c = 0.01(w - 5)$$

$$C_c = 0.37(e_o + 0.003 LL - 0.34)$$

$$C_c = 0.00234 LL G_s \quad \text{Nagaraj and Murthy, 1986}$$

$$C_r = 0.15(e_o + 0.007) \quad \text{Azzouz et al., 1976}$$

$$C_r = 0.003(w + 7) \quad \text{Azzouz et al., 1976}$$

$$C_r = 0.126(e_o + 0.003 LL - 0.06) \quad \text{Azzouz et al., 1976}$$

$$C_r = 0.000463 LL G_s \quad \text{Nagaraj and Murthy, 1985}$$

$$C_c = 1.35 PI \text{ (remolded clays)} \quad \text{Schofield and Wroth, 1968}$$

w is the natural water content (%), LL is the liquid limit (%), e_o is the initial void ratio, and PI is the plasticity index.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

89

مقادیر نمونه برای ضریب تحکیم C_v

TABLE 9.1 Typical Values of C_v

Soil	C_v	
	($\text{cm}^2/\text{s} \times 10^{-4}$)	(m^2/yr)
Boston blue clay (CL)	40=20	12=6
Organic silt (OH)	2-10	0.6-3
Glacial lake clays (CL)	6.5-8.7	2.0-2.7
Chicago silty clay (CL)	8.5	2.7
Swedish medium sensitive clays (CL-CH)		
1. laboratory	0.4-0.7	0.1-0.2
2. field	0.7-3.0	0.2-1.0
San Francisco Bay mud (CL)	2-4	0.6-1.2
Mexico City clay (MH)	0.9-1.5	0.3-0.5

SOURCE: Carter and Bentley, 1991

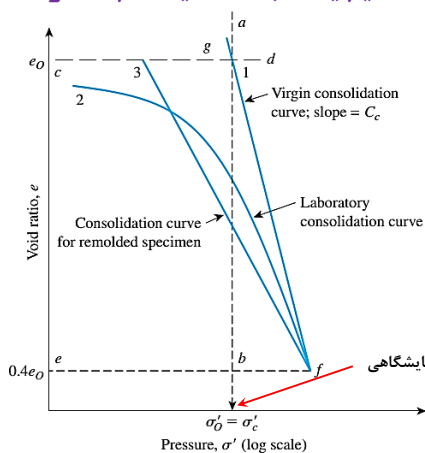
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

90

Advanced Soil Mechanics

تأثیر دست خوردگی بر منحنی تحکیم رس عادی تحکیم یافته با حساسیت کم تا متوسط



✓ منحنی‌های ۱ و ۲ و ۳ یکدیگر را تقریباً در نسبت تخلخل $e=0.4e_0$ قطع می‌کنند (ترزاقی و پک ۱۹۶۷).
 ✓ e_0 تخلخل کارگاهی خاک

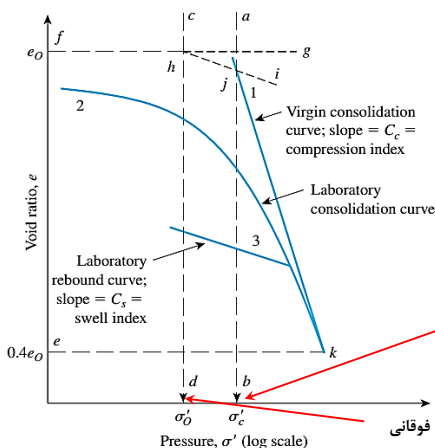
فشار پیش تحکیمی بر اساس نمودار تحکیم آزمایشگاهی

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

91

تأثیر دست خوردگی بر منحنی تحکیم رس پیش تحکیم یافته با حساسیت کم تا متوسط



اشمرتن (۱۹۵۳) چنین نتیجه‌گیری کرد که شیب خط h, j ، که مسیر تحکیم مجدد صحرایی است تقریباً مشابه شیب منحنی باربرداری است.

فشار پیش تحکیمی بر اساس نمودار تحکیم آزمایشگاهی

تنش مؤثر در محل ناشی از وزن لایه‌های فوقانی

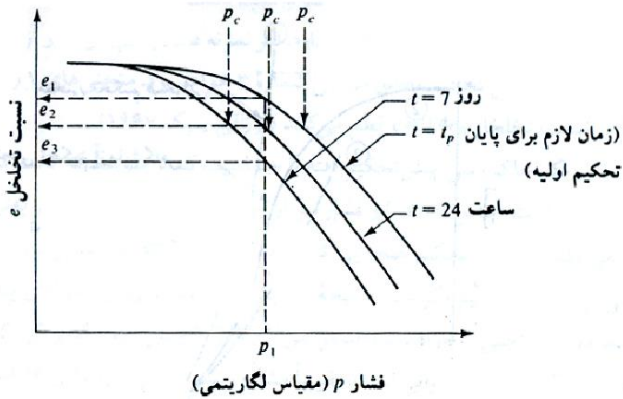
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

92

Advanced Soil Mechanics

تأثیر دوام بار بر روی نمودار e-log p

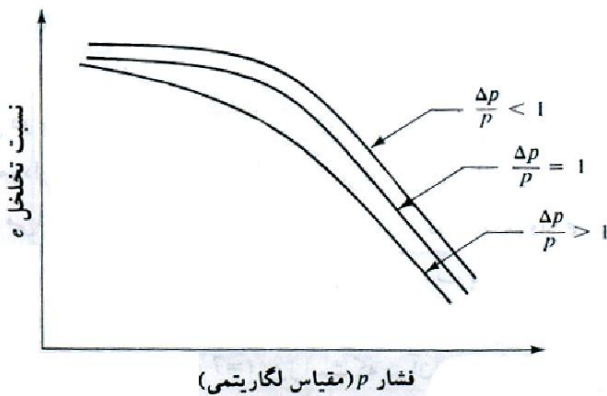


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

93

تأثیر نسبت افزایش بار بر روی نمودار e-log p



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

94

Advanced Soil Mechanics

محاسبه نشست حاصل از تحکیم اولیه

Cross-sectional area = A

Volume ΔV

Height S_c

Height H

Volume ΔV

Height S_c

Height H

Volume V_0 V_1

Volume V_{v0} V_{v1}

Volume V_s

Soil Void Solid

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

95

محاسبه نشست حاصل از تحکیم اولیه

Volume ΔV

Height S_c

Height H

Volume ΔV

Height S_c

Height H

Volume V_0 V_1

Volume V_{v0} V_{v1}

Volume V_s

$$\Delta V = V_0 - V_1 = HA - (H - S_c)A = S_c A$$

$$\Delta V = S_c A = V_{v0} - V_{v1} = \Delta V_v$$

$$\Delta V_v = \Delta e V_s$$

$$V_s = \frac{V_0}{1 + e_0} = \frac{AH}{1 + e_0}$$

$$\Delta V = S_c A = \Delta e V_s = \frac{AH}{1 + e_0} \Delta e$$

$$S_c = H \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

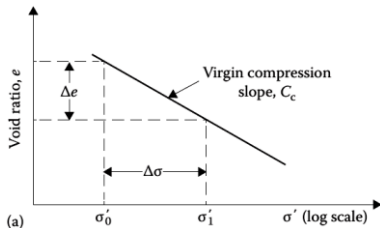
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

96

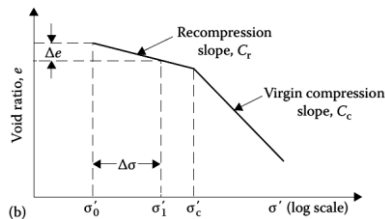
Advanced Soil Mechanics

محاسبه نشست در حالتی که تنش کمتر از فشار پیش تحکیمی است



$$S_c = H \frac{\Delta e}{1 + e_o}$$

$$\Delta e = C_c [\log(\sigma'_o + \Delta\sigma') - \log \sigma'_o]$$



$$S_c = \frac{C_s H}{1 + e_o} \log\left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'}{\sigma'_o}\right)$$

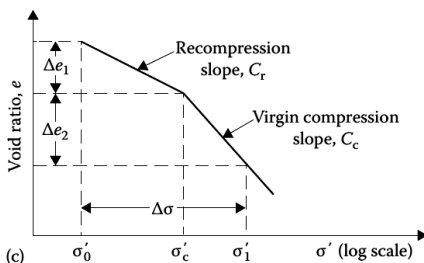
ضریب C_s نشانه تورم نامیده می شود.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

97

محاسبه نشست در حالتی که تنش بیش از فشار پیش تحکیمی است



$$S_c = \frac{C_s H}{1 + e_o} \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_o} + \frac{C_c H}{1 + e_o} \log \left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'}{\sigma'_c} \right)$$

ضریب C_c نشانه فشردگی نامیده می شود.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

98

Advanced Soil Mechanics

روابط تجربی برای تعیین نشانه تورم C_s

Soil	Liquid limit	Plastic limit	Compression index, C_c	Swell index, C_s
Boston blue clay	41	20	0.35	0.07
Chicago clay	60	20	0.4	0.07
Ft. Gordon clay, Georgia	51	26	0.12	—
New Orleans clay	80	25	0.3	0.05
Montana clay	60	28	0.21	0.05

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

99

تعیین ضریب تحکیم C_v

با افزایش حد مایع ضریب تحکیم کاهش می‌یابد.

روش‌های تعیین ضریب تحکیم:

✓ روش لگاریتم زمان

✓ روش جذر زمان

✓ روش سهمی

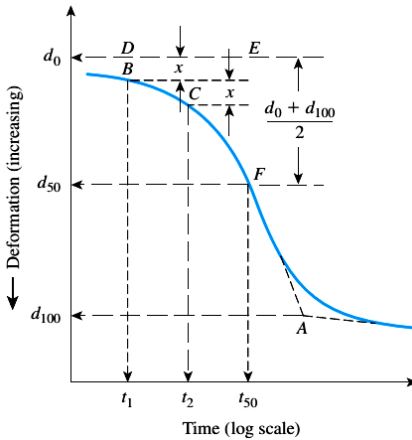
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

100

Advanced Soil Mechanics

روش لگاریتم زمان



$$T_{50} = \frac{c_v t_{50}}{H_{dr}^2}$$

$$c_v = \frac{0.197 H_{dr}^2}{t_{50}}$$

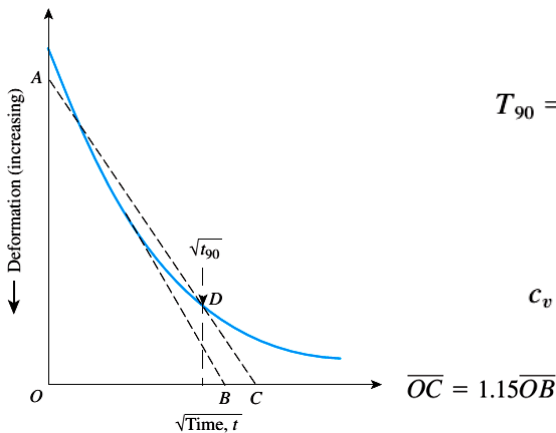
$$t_2 = 4t_1$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

101

روش جذر زمان



$$T_{90} = 0.848 = \frac{c_v t_{90}}{H_{dr}^2}$$

$$c_v = \frac{0.848 H_{dr}^2}{t_{90}}$$

$$\overline{OC} = 1.15 \overline{OB}$$

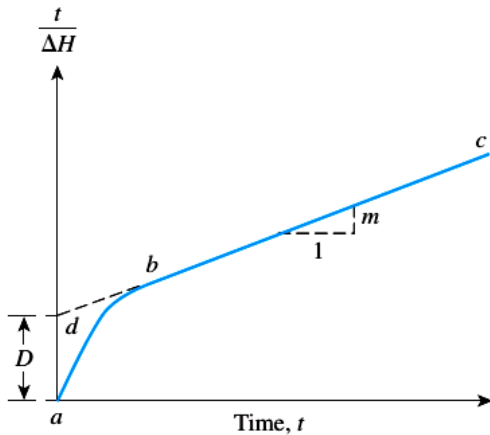
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

102

Advanced Soil Mechanics

روش سهمی



$$c_v = 0.3 \left(\frac{mH_{dr}^2}{D} \right)$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

103

مثال ۹

During a laboratory consolidation test, the time and dial gauge readings obtained from an increase of pressure on the specimen from 50 kN/m² to 100 kN/m² are given here.

Time (min)	Dial gauge reading (cm × 10 ⁴)	Time (min)	Dial gauge reading (cm × 10 ⁴)
0	3975	16.0	4572
0.1	4082	30.0	4737
0.25	4102	60.0	4923
0.5	4128	120.0	5080
1.0	4166	240.0	5207
2.0	4224	480.0	5283
4.0	4298	960.0	5334
8.0	4420	1440.0	5364

Using the logarithm-of-time method, determine c_v . The average height of the specimen during consolidation was 2.24 cm, and it was drained at the top and bottom.

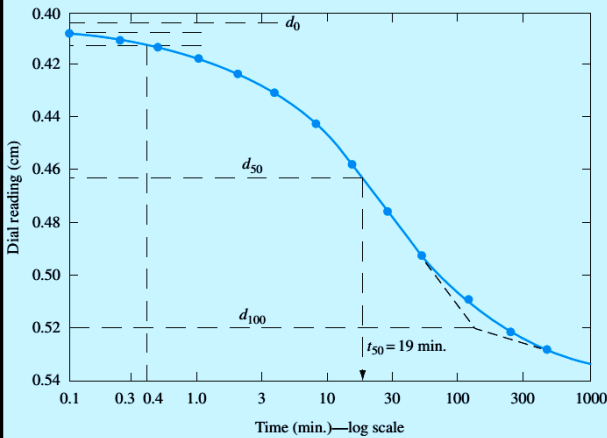
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

104

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۹



$$C_v = \frac{0.197 H_{dr}^2}{t_{50}} = \frac{0.197 \left(\frac{2.24}{2} \right)^2}{19}$$

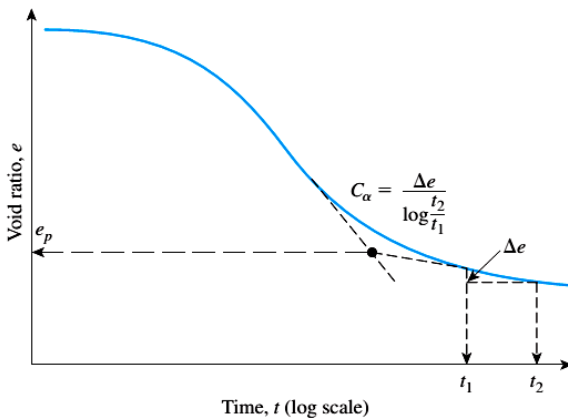
$$= 0.013 \text{ cm}^2/\text{min} = 2.17 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

105

شاخص تحکیم ثانویه



$$C_\alpha = \frac{\Delta e}{\log t_2 - \log t_1} = \frac{\Delta e}{\log(t_2/t_1)}$$

where C_α = secondary compression index
 Δe = change of void ratio
 t_1, t_2 = time

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

106

Advanced Soil Mechanics

محاسبه حاصل از تحکیم ثانویه

$$S_s = C'_\alpha H \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right)$$

$$C'_\alpha = \frac{C_\alpha}{1 + e_p}$$

where e_p = void ratio at the end of primary consolidation
 H = thickness of clay layer

C'_α

- Overconsolidated clays = 0.001 or less
- Normally consolidated clays = 0.005 to 0.03
- Organic soil = 0.04 or more

Mersri and Godlewski (1977) compiled the ratio of C'_α/C_c for a number of natural clays. From this study, it appears that C'_α/C_c for

- Inorganic clays and silts $\approx 0.04 \pm 0.01$
- Organic clays and silts $\approx 0.05 \pm 0.01$
- Peats $\approx 0.075 \pm 0.01$

Advanced Soil Mechanics

تحکیم ثانویه

- ✓ نشست ناشی از تحکیم ثانویه در خاک های آلی و خاک های غیر آلی با قابلیت فشرده‌گی زیاد مهمتر است.
- ✓ در رس های غیر آلی پیش تحکیم نیافته، نشانه تحکیم ثانویه بسیار کوچک است.
- ✓ نسبت تحکیم ثانویه به تحکیم اولیه برای یک لایه خاک بستگی به نسبت افزایش بارگذاری دارد و برای نسبت های کم $\Delta P/P$ نسبت تحکیم ثانویه به تحکیم اولیه بیشتر است.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

109

اصلاح مقدار نشست حاصل از تحکیم سه بعدی

- ✓ آزمایش تحکیم یک آزمایش تک محوری است و تغییر شکل‌های جانبی را لحاظ نمی کند.
- ✓ در این روش کلیه تنش‌های وارده به نمونه خاک در ابتدا به تنش آب منفذی تبدیل می شوند.
- ✓ تحکیم یک بعدی تنها در لایه های رس نازک که ضخامت آنها در مقایسه با سطح بارگذاری ناچیز باشد، صادق است.
- ✓ در صورت نقض هر یک از این شرایط نشست تحکیمی کل باید اصلاح شود.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

110

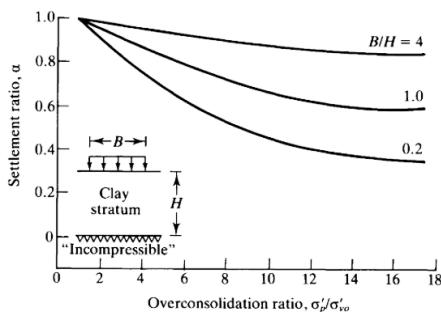
Advanced Soil Mechanics

اصلاح مقدار نشست حاصل از تحکیم سه بعدی

✓ Skempton-Bjerrum, 1960

$$S_c^c = \alpha S_c$$

ضریب α	نوع خاک
۱/۲ الی ۱/۰	رس نرم و حساس
۱/۰ الی ۰/۶	رس تحکیم عادی یافته
۰/۷ الی ۰/۴	رس کمی تحکیم یافته
۰/۴ الی ۰/۲۵	رس بسیار تحکیم یافته



دانشگاه صنعتی سیرجان

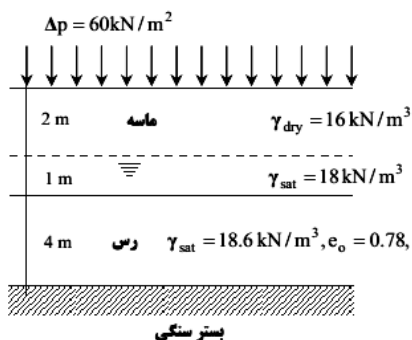
مکانیک خاک پیشرفته

111

مثال ۱۰

در پروفیل خاک نشان داده شده فرض کنید تحکیم اولیه پس از ۴ سال تمام می شود مطلوب است محاسبه نشست تحکیمی

کل پس از ۱۲ سال. $C_c = 0.38, C_s = 0.0475, P_c = 140 \text{ kPa}, C_u = 0.022$.



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

112

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۱۰

$$P_o = 2 \times 16 + 1 \times (18 - 10) + \frac{4}{2}(18.6 - 10) = 57.2 \text{ kPa}$$

$$P_o < P_c \rightarrow \text{OCR} = \frac{P_c}{P_o} = \frac{140}{57.2} = 2.447$$

$$P_o + \Delta p = 57.2 + 60 = 117.2 \text{ kPa} < P_c = 140 \text{ kPa}$$

$$S_c = \frac{C_s \cdot H_o}{1 + e_o} \text{Log} \left[\frac{P_o + \Delta P}{P_o} \right] = \frac{0.0475 \times 4000}{1 + 0.78} \text{Log} \left[\frac{117.2}{57.2} \right] = 33.253 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta H}{H_o} = \frac{\Delta e}{1 + e_o} \rightarrow \frac{33.253}{4000} = \frac{\Delta e}{1 + 0.78} = 0.0148$$

$$\Delta e = e_o - e_p \rightarrow e_p = e_o - \Delta e = 0.78 - 0.0148 = 0.7652$$

$$S_s = \frac{C_\alpha \cdot H_c}{1 + e_p} \text{Log} \left[\frac{t_2}{t_1} \right] = \frac{0.022 \times 4000}{1 + 0.7652} \text{Log} \left[\frac{12}{4} \right] = 23.785$$

$$\Delta H = S = 23.785 + 33.253 = 57 \text{ mm}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

113

حل مثال ۱۰

For a normally consolidated clay layer in the field, the following values are given:

- Thickness of clay layer = 8.5 ft
- Void ratio (e_o) = 0.8
- Compression index (C_c) = 0.28
- Average effective pressure on the clay layer (σ'_o) = 2650 lb/ft²
- $\Delta \sigma' = 970 \text{ lb/ft}^2$
- Secondary compression index (C_α) = 0.02

What is the total consolidation settlement of the clay layer five years after the completion of primary consolidation settlement? (*Note:* Time for completion of primary settlement = 1.5 years.)

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

114

Advanced Soil Mechanics

حل مثال ۱۰

$$C'_\alpha = \frac{C_\alpha}{1 + e_p}$$

$$e_p = e_o - \Delta e_{\text{primary}}$$

$$\Delta e = C_c \log\left(\frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'}{\sigma'_o}\right) = 0.28 \log\left(\frac{2650 + 970}{2650}\right) = 0.038$$

$$e_p = 0.8 - 0.038 = 0.762$$

$$\text{Primary consolidation, } S_c = \frac{\Delta e H}{1 + e_o} = \frac{(0.038)(8.5 \times 12)}{1 + 0.8} = 2.15 \text{ in.}$$

$$C'_\alpha = \frac{0.02}{1 + 0.762} = 0.011$$

$$S_s = C'_\alpha H \log\left(\frac{t_2}{t_1}\right) = (0.011)(8.5 \times 12) \log\left(\frac{5}{1.5}\right) \approx 0.59 \text{ in.}$$

$$\text{Total consolidation settlement} = 2.15 + 0.59 = \mathbf{2.74 \text{ in.}}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

115

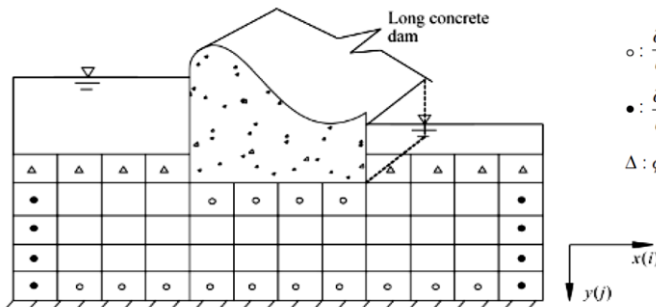
معادله نشت

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0$$

$$\circ : \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \text{ (No flow in y-direction)}$$

$$\bullet : \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \text{ (No flow in x-direction)}$$

$$\Delta : \phi = \phi^* \text{ (Known total heads)}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

116