

# Advanced Soil Mechanics



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه صنعتی سیرجان



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
دانشگاه صنعتی سیرجان

## مکانیک خاک پیشرفته

# فصل هشتم: مدل حالت بحرانی

علیرضا غنی زاده

دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی سیرجان

### اهداف فصل



- ✓ تعیین تنش‌های گسیختگی خاک
- ✓ تعیین کرنش‌ها در لحظه گسیختگی
- ✓ درک رابطه بین پارامترهای خاک
- ✓ تعیین اینکه آیا شرایط زهکشی شده یا زهکشی نشده برای مسائل عملی تعیین کننده است.
- ✓ تعیین اینکه آیا خاک حالت تنش برشی حداکثر از خود نشان می دهد یا خیر.
- ✓ تعیین رفتار تنش و کرنش خاک با توجه به پارامترهای محدودی از خاک که به کمک آزمایش های ساده به دست می آیند.

# Advanced Soil Mechanics



## اهمیت

- ✓ با افزایش تنش‌های تحکیمی خاک، مقاومت برشی آن افزایش می‌یابد.
- ✓ مقدار این افزایش مقاومت به نوع خاک، شرایط بارگذاری (زهکشی شده یا نشده) و مسیر تنش بستگی دارد.
- ✓ بنابراین باید تصاویر جداگانه از رفتار خاک در کنار یکدیگر قرار گیرند، تا یک تصویر کلی از رفتار خاک ارائه شود.
- ✓ این تصویر کلی کمک قابل توجهی به تفسیر و پیش‌بینی رفتار خاک می‌کند.
- ✓ این تصویر کلی معمولاً با داشتن رفتار تحکیم و مقاومت برشی خاک قابل بیان است.
- ✓ چهارچوب این روش نخستین بار توسط اسکوفیلد و روس در سال ۱۹۶۸ معرفی گردید.
- ✓ داده‌های آزمایشگاهی و میدانی مؤید صحت این نظریه می‌باشند.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

3



## اهمیت

- ✓ ایده اصلی در مدل حالت بحرانی خاک این است که کلیه خاک‌ها دارای یک سطح گسیختگی منحصر به فرد در فضای  $(p', q, e)$  هستند.
- ✓ بنابراین در مدل حالت بحرانی خاک بر خلاف مدل موهر کولمب علاوه بر وضعیت تنش، تغییرات حجم نمونه نیز در گسیختگی خاک تعیین کننده و مؤثر است.
- ✓ مدل حالت بحرانی در پیش بینی رفتار خاک در مواقعی که امکان وجود آزمایش وجود نداشته باشد، مفید است.
- ✓ درک مدل حالت بحرانی به درک سایر مدل‌های پلاستیک خاک کمک می‌کند.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

4

# Advanced Soil Mechanics

## تعاریف



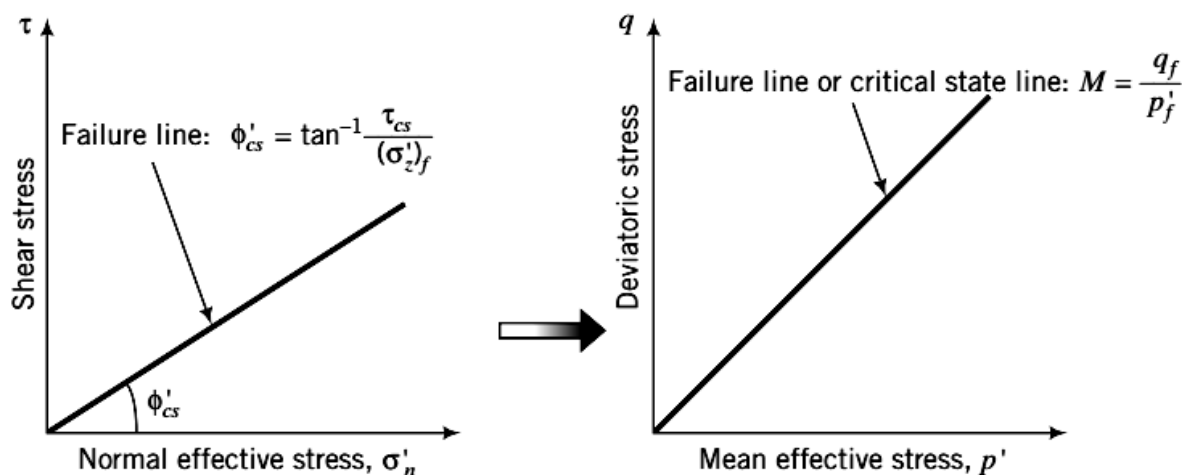
**Preconsolidation ratio ( $R_o$ )** is the ratio by which the current mean effective stress in the soil was exceeded in the past ( $R_o = p'_c/p'_o$ , where  $p'_c$  is the preconsolidation mean effective stress, or, simply, preconsolidation stress, and  $p'_o$  is the current mean effective stress).

**Compression index ( $\lambda$ )** is the slope of the normal consolidation line in a plot of void ratio versus the natural logarithm of mean effective stress.

**Unloading/reloading index, or recompression index ( $\kappa$ )**, is the average slope of the unloading/reloading curves in a plot of void ratio versus the natural logarithm of mean effective stress.

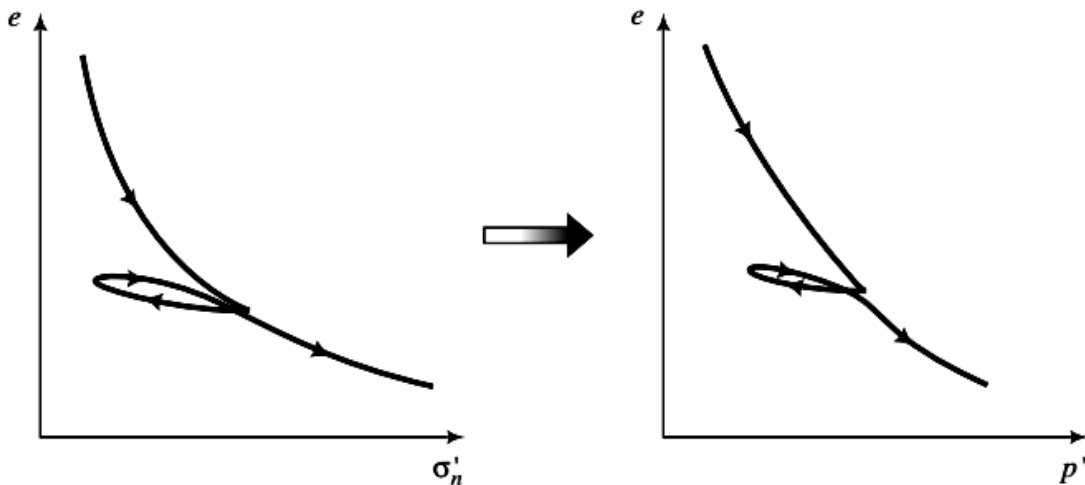
**Critical state line (CSL)** is a line that represents the failure state of soils. In  $(p', q)$  space, the critical state line has a slope  $M$ , which is related to the friction angle of the soil at the critical state. In  $(e, \ln p')$  space, the critical state line has a slope  $\lambda$ , which is parallel to the normal consolidation line. In three-dimensional  $(p', q, e)$  space (see book cover), the critical state line becomes a critical state surface.

## تصویر نمودن پارامترهای تحکیم و مقاومت برشی خاک



# Advanced Soil Mechanics

## تصویر نمودن پارامترهای تحکیم و مقاومت برشی خاک

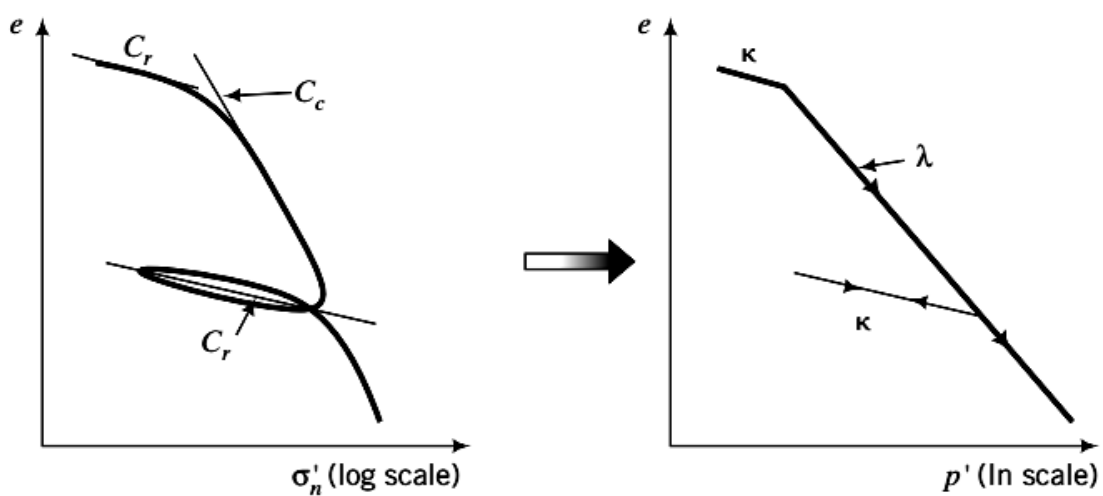


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

7

## تصویر نمودن پارامترهای تحکیم و مقاومت برشی خاک



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

8

# Advanced Soil Mechanics

## تصویر نمودن پارامترهای تحکیم و مقاومت برشی خاک



$$\lambda = \frac{C_c}{\ln(10)} = \frac{C_c}{2.3} = 0.434 C_c$$

$$\kappa = \frac{C_r}{\ln(10)} = \frac{C_r}{2.3} = 0.434 C_r$$

For many soils,  $\kappa/\lambda$  has values within the range  $\frac{1}{10}$  to  $\frac{1}{5}$ .

$$R_o = \frac{p'_c}{p'_o}$$

where  $p'_o$  is the initial mean effective stress or overburden mean pressure and  $p'_c$  is the preconsolidation mean effective stress or, simply, preconsolidation stress. The preconsolidation ratio,  $R_o$ , defined by Equation (11.3) is not equal to OCR [Equation (9.13)] except for soils that have been isotropically consolidated.

## مثال ۱



The results of one-dimensional consolidation tests on a clay are  $C_c = 0.69$  and  $C_r = 0.16$ . Calculate  $\lambda$  and  $\kappa$ .

$$\lambda = \frac{C_c}{2.3} = \frac{0.69}{2.3} = 0.3$$

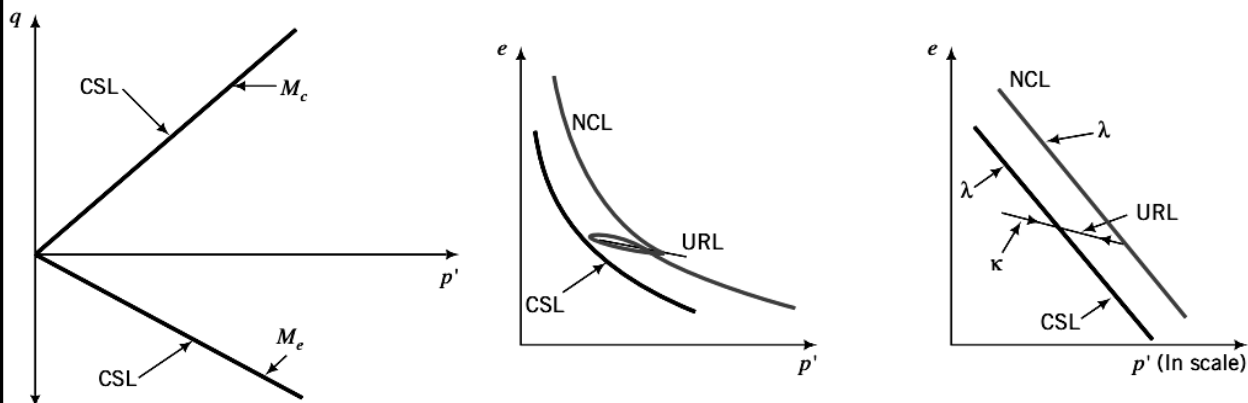
$$\kappa = \frac{C_r}{2.3} = \frac{0.16}{2.3} = 0.07$$

# Advanced Soil Mechanics

## سطح گسیختگی



• وضعیت حالت بحرانی یک وضعیت تنش ثابت با تغییر شکل برشی پیوسته در حجم ثابت است.

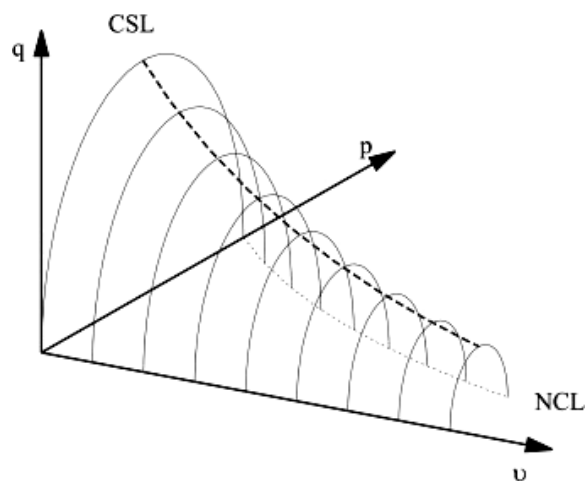
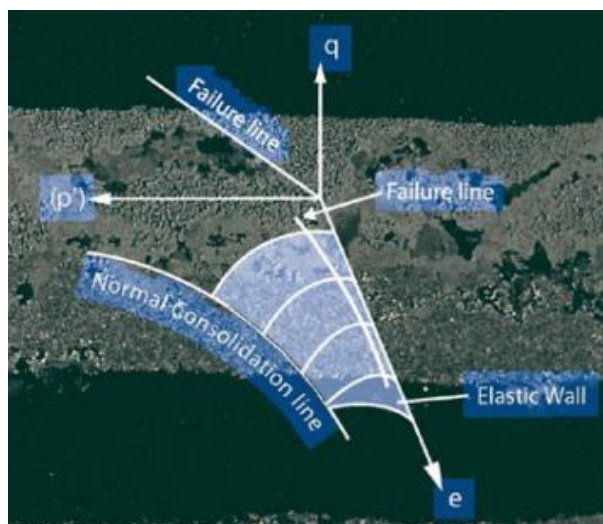


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

11

## سطح گسیختگی در فضای سه بعدی



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

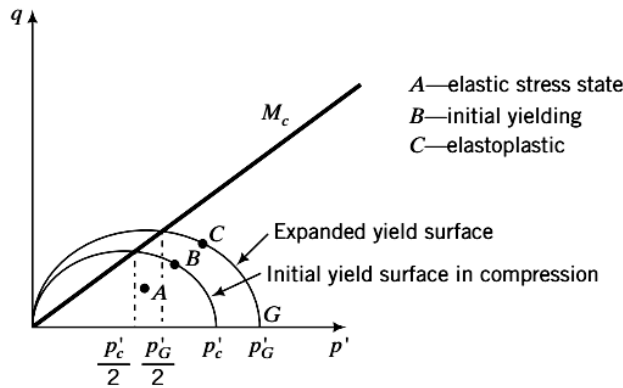
12

# Advanced Soil Mechanics

## تسلیم خاک



- سطح تسلیم به صورت بیضی در نظر گرفته می‌شود.
- هر چه تنش بیش تحکیمی بیشتر باشد، بیضی اولیه بزرگتر خواهد بود.
- در وضعیت کشش، قطر کوچک بیضی کوچکتر خواهد بود.

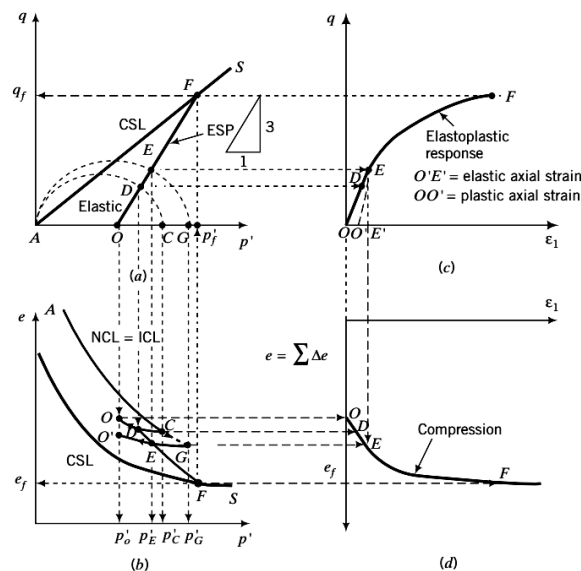


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

13

## پیش‌بینی رفتار رس عادی تحکیم یافته یا کمی بیش تحکیم یافته تحت شرایط زهکشی شده



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

14

# Advanced Soil Mechanics

## تسلیم خاک



1. During isotropic consolidation, the stress state must lie on the mean effective stress axis in  $(p', q)$  space and also on the NCL in  $(p', e)$  space.
2. All stress states on an ESP within and on the yield surface must lie on the unloading/reloading line through the current preconsolidation mean effective stress. For example, any point on the semiellipse,  $AEG$ , in Figure 11.4a has a corresponding point on the unloading/reloading line,  $O'G$ . Similarly, any point on the ESP from, say,  $E$  will also lie on the unloading/reloading line  $O'G$ . In reality, we are projecting the mean effective stress component of the stress state onto the unloading/reloading line.
3. All stress states on the unloading/reloading line result in elastic response.
4. Consolidation (e.g., stress paths along the  $p'$  axis) cannot lead to soil failure. Soils fail by the application of shearing stresses following ESP with slopes greater than the slope of the CSL for compression.
5. Any stress state on an ESP directed outward from the current yield surface causes further yielding. The yield surface expands.
6. Unloading from any expanded yield surface produces elastic response.

## تسلیم خاک

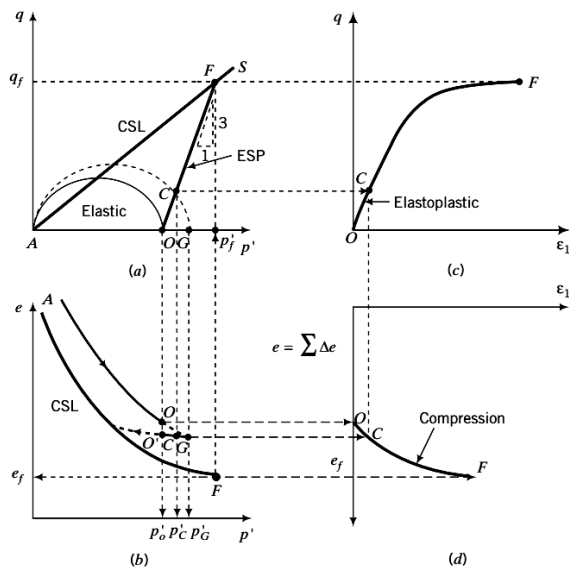


7. Once yielding is initiated, the stress–strain curve becomes nonlinear, with an elastic strain component and a plastic strain component.
8. The critical state line intersects each yield surface at its crest. The corresponding mean effective stress is one-half the mean effective stress of the major axis of the ellipse representing the yield surface.
9. Failure occurs when the ESP intersects the CSL and the change in volume is zero.
10. The soil must yield before it fails.
11. Each point on one of the plots in Figure 11.4 has a corresponding point on another plot. Thus, each point on any plot can be obtained by projection, as illustrated in Figure 11.4. Of course, the scale of the axis on one plot must match the scale of the corresponding axis on the other plot. For example, point  $F$  on the failure line,  $AS$ , in  $(p', q)$  space must have a corresponding point  $F$  on the failure line in  $(p', e)$  space.



# Advanced Soil Mechanics

## پیش‌بینی رفتار رس عادی تحکیم یافته در حالت آزمایش سه محوری

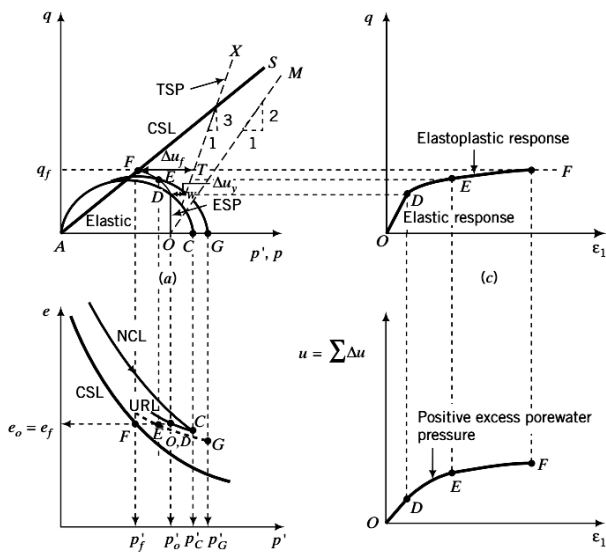


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

17

## پیش‌بینی رفتار رس کمی بیش تحکیم یافته در حالت آزمایش سه محوری زهکشی نشده



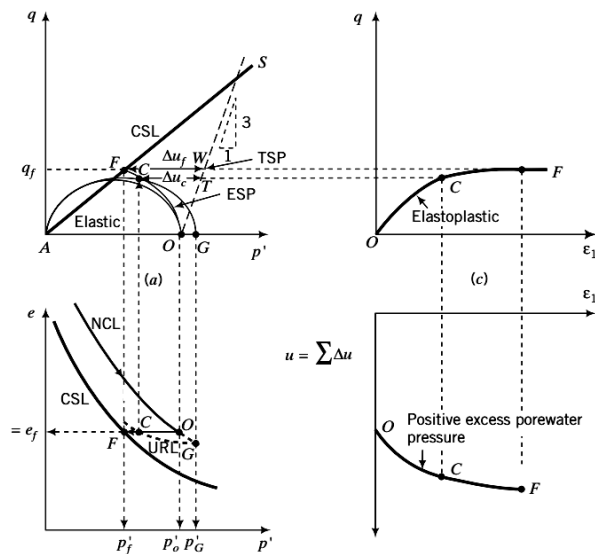
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

18

# Advanced Soil Mechanics

## پیش‌بینی رفتار رس عادی تحکیم یافته در حالت آزمایش سه محوری زهکشی نشده

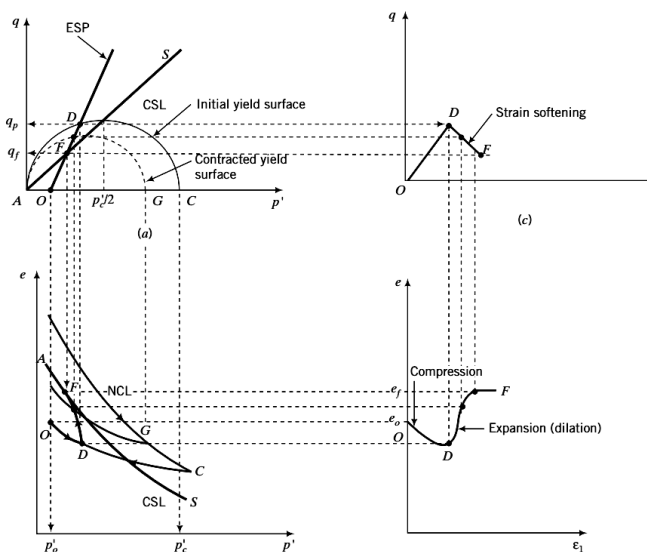


دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

19

## پیش‌بینی رفتار رس بسیار تحکیم یافته در حالت آزمایش سه محوری زهکشی شده



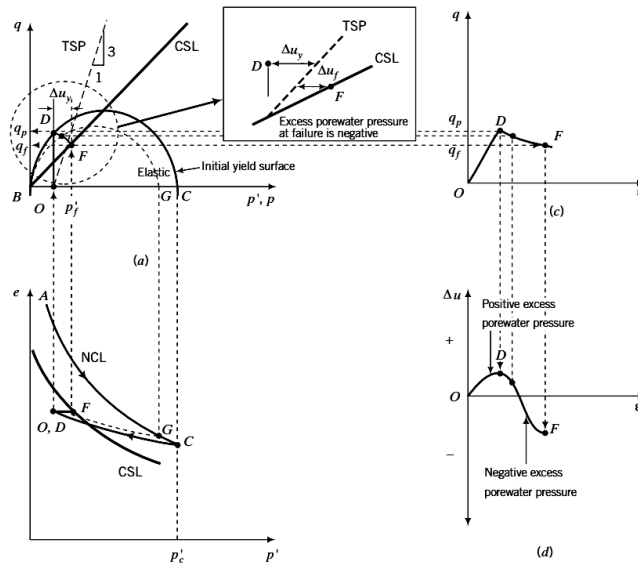
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

20

# Advanced Soil Mechanics

پیش‌بینی رفتار رس بسیار تحکیم یافته در حالت آزمایش سه محوری در حالت زهکشی نشده



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

21

## نکات مهم



- ✓ تحت شرایط زهکشی نشده، حجم خاک ثابت باقی می‌ماند. این موضوع در فضای  $(e, p')$  به صورت یک خط افقی که از تنش مؤثر متوسط اولیه تا خط گسیختگی ترسیم می‌شود خود را نشان می‌دهد.
- ✓ در زیر سطح تسلیم، مسیر تنش قائم به صورت یک خط قائم ترسیم می‌شود و در این حالت خاک دارای رفتار الاستیک خواهد بود.
- ✓ پس از تسلیم اولیه، خاک می‌تواند رفتار نرم‌شدگی یا سخت‌شدگی از خود نشان دهد.
- ✓ در طول تغییر شکل الاستیک تحت بارگذاری زهکشی شده، حجم خاک کاهش می‌یابد و پس از رسیدن خاک به وضعیت تسلیم حجم خاک افزایش می‌یابد تا به نقطه گسیختگی می‌رسد.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

22

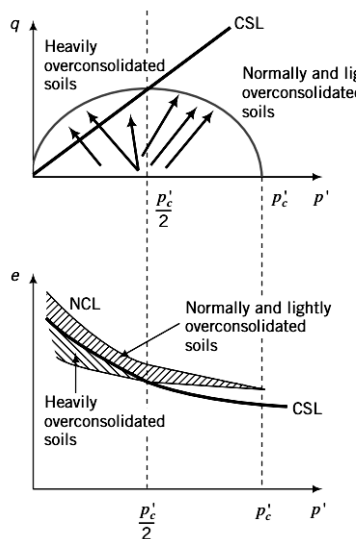
# Advanced Soil Mechanics

## نکات مهم



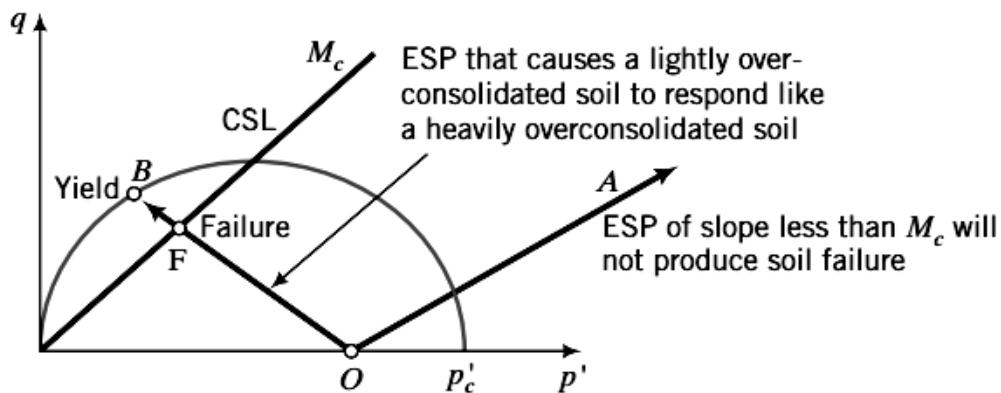
- ✓ در طول تغییر شکل الاستیک تحت بارگذاری زهکشی نشده، فشار آب حفره‌ای افزایش می‌یابد و پس از رسیدن خاک به وضعیت تسلیم فشار آب حفره‌ای کاهش می‌یابد تا به نقطه گسیختگی می‌رسد.
- ✓ پاسخ خاک تحت شرایط زهکشی نشده مستقل از مسیر تنش کل است.

## مرز حالت بحرانی



# Advanced Soil Mechanics

## تأثیر مسیر تنش کل و مسیر تنش مؤثر



## نتایج



- ✓ یک خط حالت بحرانی منحصر به فرد در فضای  $(q, p')$  و یک خط حالت بحرانی متناظر با آن در فضای  $(e, p')$  برای خاک‌ها وجود دارد.
- ✓ یک سطح تسلیم اولیه برای خاک‌ها وجود دارد. اندازه این سطح تسلیم به متوسط تنش مؤثر پیش تحکیمی بستگی دارد.
- ✓ هنگامی که تنش‌های مؤثر اعمال شده از تنش تسلیم اولیه بیشتر شوند، سطح تسلیم برای  $R_0 < 2$  منبسط و برای  $R_0 > 2$  منقبض می‌شود.
- ✓ برای تنش‌هایی که در داخل سطح تسلیم قرار دارند، خاک رفتار الاستیک و برای تنش‌هایی که بیرون از سطح تسلیم قرار دارند رفتار خاک الاستوپلاستیک است.
- ✓ مدل حالت بحرانی به صورت کیفی، خصوصیات ضروری رفتار خاک‌ها تحت اثر بارگذاری زهکشی شده و زهکشی نشده را نشان می‌دهد.

# Advanced Soil Mechanics

## اجزاء مدل حالت بحرانی



■ سطح تسلیم

■ پارامترهای حالت بحرانی

## سطح تسلیم

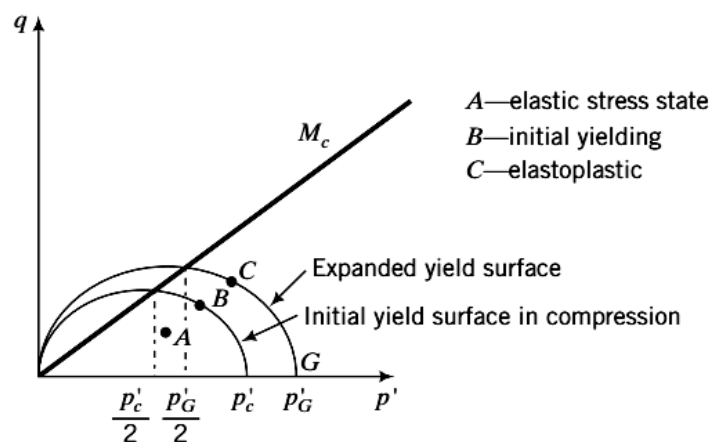


$$(p')^2 - p'p'_c + \frac{q^2}{M^2} = 0$$

$$q^2 = M^2 p' (p'_c - p')$$

$$q = \pm M \sqrt{p' (p'_c - p')}$$

$$q = \pm M p' \sqrt{\left(\frac{p'_c}{p'} - 1\right)}$$



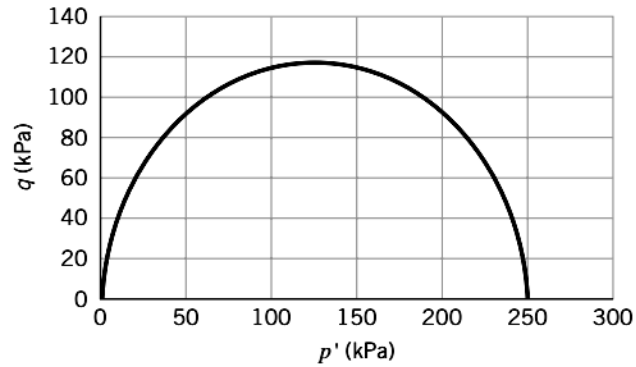
# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۱: ترسیم سطح تسلیم اولیه



A clay soil was consolidated to a mean effective stress of 250 kPa. If  $M = M_c = 0.94$ , plot the yield surface.

$$q = \pm Mp' \sqrt{\left(\frac{p'_c}{p'} - 1\right)}$$



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

29

## خط حالت بحرانی در فضای (P',q) – فشار متقارن محوری



$$q_f = Mp'_f$$

رابطه شیب خط حالت بحرانی با زاویه اصطکاک خاک

Axisymmetric Compression

$$M_c = \frac{q_f}{p'_f} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f}{\left(\frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3}\right)_f} = \frac{3\left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} - 1\right)_f}{\left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} + 2\right)_f}$$

$$\left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}\right)_f = \frac{1 + \sin \phi'_{cs}}{1 - \sin \phi'_{cs}}$$

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}}$$

$$\sin \phi'_{cs} = \frac{3M_c}{6 + M_c}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

30

# Advanced Soil Mechanics

## خط حالت بحرانی در فضای (P',q) - کشش متقارن محوری



$$q_f = Mp'_f$$

رابطه شیب خط حالت بحرانی با زاویه اصطکاک خاک

$$\left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3}\right)_f = \frac{1 + \sin \phi'_{cs}}{1 - \sin \phi'_{cs}}$$

$$p'_f = \left(\frac{2\sigma'_1 + \sigma'_3}{3}\right)_f$$

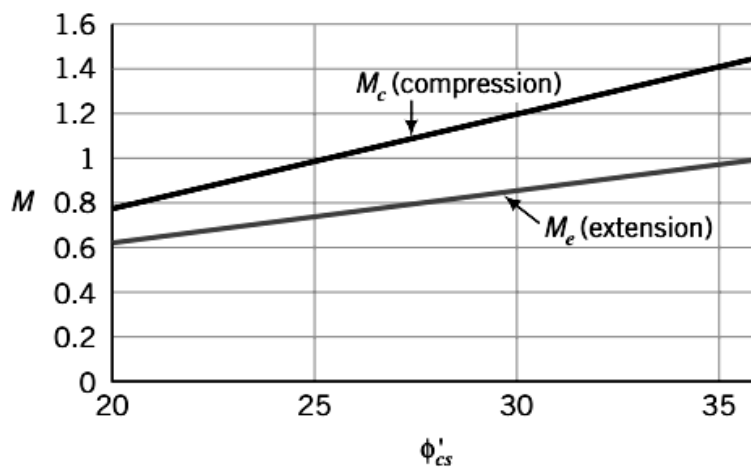
$$q_f = (\sigma'_1 - \sigma'_3)_f$$

$$M_e = \frac{q_f}{p'_f} = \frac{\left(\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} - 1\right)_f}{\left(2\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} + 1\right)_f}$$

$$M_e = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 + \sin \phi'_{cs}}$$

$$\sin \phi'_{cs} = \frac{3M_e}{6 - M_e}$$

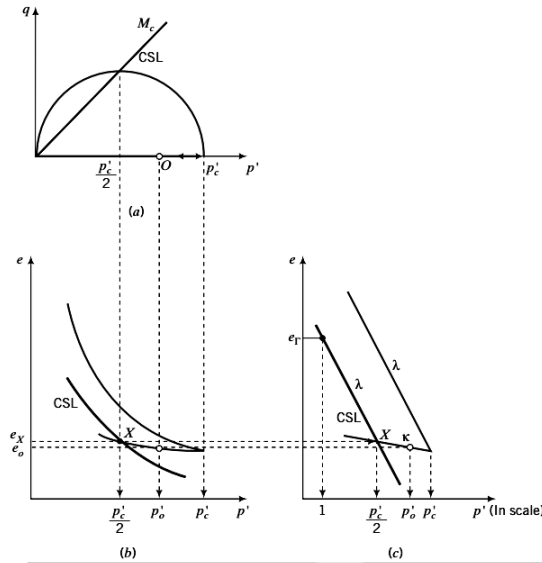
## خط حالت بحرانی در فضای (P',q) - کشش متقارن محوری





# Advanced Soil Mechanics

## خط حالت بحرانی در فضای (P',e)



$$e_f = e_\Gamma - \lambda \ln p'_f$$

$$e_X = e_o + \kappa \ln \frac{p'_o}{p'_c/2}$$

$$e_X = e_\Gamma - \lambda \ln \frac{p'_c}{2}$$

$$e_\Gamma = e_o + (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_c}{2} + \kappa \ln p'_o$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

33

## پارامترهای حالت بحرانی



$\lambda$  – Compression index, which is obtained from an isotropic or a one-dimensional consolidation test.

$\kappa$  – Unloading/reloading index or recompression index, which is obtained from an isotropic or a one-dimensional consolidation test.

$M$  – Critical state frictional constant.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

34

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۲



### EXAMPLE 11.3 Calculation of $M$ and Failure Stresses in Extension

A standard triaxial CD test at a constant cell pressure,  $\sigma_3 = \sigma'_3 = 120$  kPa, was conducted on a sample of normally consolidated clay. At failure,  $q = \sigma'_1 - \sigma'_3 = 140$  kPa.

- (a) Calculate  $M_c$ .
- (b) Calculate  $p'_f$ .
- (c) Determine the deviatoric stresses at failure if an extension test were to be carried out so that failure occurs at the same mean effective stress.

## مثال ۲



**Step 1:** Find the major principal stress at failure.

$$(\sigma'_1)_f = (\sigma'_1 - \sigma'_3) + \sigma'_3 = 140 + 120 = 260 \text{ kPa}$$

**Step 2:** Find  $p'_f$ .

$$p'_f = \left( \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \right)_f = \frac{260 + 2 \times 120}{3} = 166.7 \text{ kPa}$$

**Step 3:** Find  $\phi'_{cs}$ .

$$\sin \phi'_{cs} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3} = \frac{140}{260 + 120} = 0.37$$

$$\phi'_{cs} = 21.6^\circ$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۲



**Step 4:** Find  $M_c$  and  $M_e$ .

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}} = \frac{6 \times 0.37}{3 - 0.37} = 0.84$$

$$M_e = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 + \sin \phi'_{cs}} = \frac{6 \times 0.37}{3 + 0.37} = 0.66$$

**Step 5:** Find  $q_f$  for extension.

$$q_f = \frac{0.66}{0.84} \times 140 = 110 \text{ kPa}; \quad p'_f = \frac{q_f}{M_e} = \frac{110}{0.66} = 166.7 \text{ kPa}$$

## مثال ۳



### EXAMPLE 11.4 Determination of $\lambda$ , $\kappa$ , and $e_T$

A saturated soil sample is isotropically consolidated in a triaxial apparatus, and a selected set of data is shown in the table. Determine  $\lambda$ ,  $\kappa$ , and  $e_T$ .

Condition	Cell pressure (kPa)	Final void ratio
Loading	200	1.72
	1000	1.20
Unloading	500	1.25

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۳

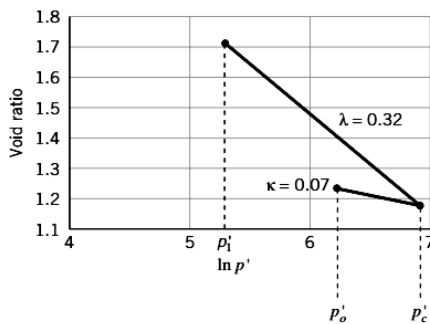


**Step 1:** Make a plot of  $\ln p'$  versus  $e$ .

See Figure E11.4.

**Step 2:** Calculate  $\lambda$ .

From Figure E11.4,



$$\lambda = -\frac{\Delta e}{\ln(p'_c) - \ln(p'_i)} = -\frac{1.20 - 1.72}{6.91 - 5.3} = 0.32$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

39

## مثال ۳



**Step 3:** Calculate  $\kappa$ .

From Figure E11.4,

$$\kappa = -\frac{\Delta e}{\ln(p'_c) - \ln(p'_o)} = -\frac{1.20 - 1.25}{6.91 - 6.21} = 0.07$$

**Step 4:** Calculate  $e_\Gamma$ .

$$\begin{aligned} e_\Gamma &= e_o + (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_c}{2} + \kappa \ln p'_o \\ &= 1.25 + (0.32 - 0.07) \ln \frac{1000}{2} + 0.07 \ln 500 = 3.24 \end{aligned}$$

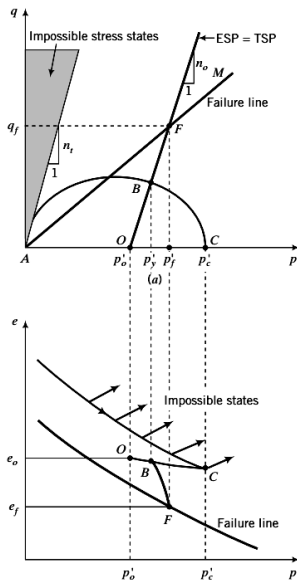
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

40

# Advanced Soil Mechanics

تعیین تنش‌های گسیختگی با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی شده



شیب مسیر تنش برابر با ۳

$$q_f = 3(p'_f - p'_o)$$

$$q_f = Mp'_f$$

$$p'_f = \frac{3p'_o}{3 - M}$$

$$q_f = Mp'_f = \frac{3Mp'_o}{3 - M}$$

شیب مسیر تنش برابر با  $n_0$

$$p'_f = \frac{n_0 p'_o}{n_0 - M}$$

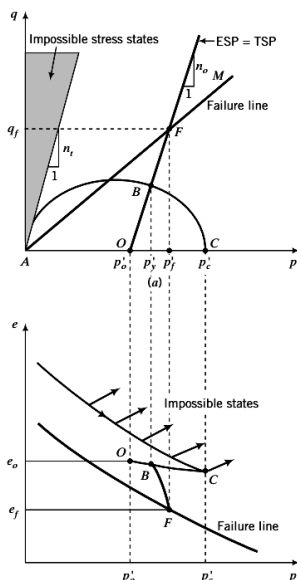
$$q_f = Mp'_f = \frac{n_0 Mp'_o}{n_0 - M}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

41

تعیین تنش‌های تسلیم با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی شده



$$q = \pm Mp' \sqrt{\left(\frac{p'_c}{p'} - 1\right)}$$

$$n_0(p'_y - p'_o) = \pm Mp'_y \sqrt{\left(\frac{p'_c}{p'_y} - 1\right)}$$

$$p'_y = p'_p = \frac{(M^2 p'_c + 2n_0^2 p'_o) + \sqrt{(M^2 p'_c + 2n_0^2 p'_o)^2 - 4n_0^2 (M^2 + n_0^2) (p'_o)^2}}{2(M^2 + n_0^2)}$$

Dividing the numerator on the right-hand side of Equation (11.22) by  $p'_o$  gives

$$p'_y = \frac{p'_o \left[ \left( M^2 \frac{p'_c}{p'_o} + 2n_0^2 \right) + \sqrt{\left( M^2 \frac{p'_c}{p'_o} + 2n_0^2 \right)^2 - 4n_0^2 (M^2 + n_0^2)} \right]}{2(M^2 + n_0^2)}$$

$$= \frac{p'_o \left[ (M^2 R_o + 2n_0^2) + \sqrt{(M^2 R_o + 2n_0^2)^2 - 4n_0^2 (M^2 + n_0^2)} \right]}{2(M^2 + n_0^2)}$$

The yield shear stress is

$$\tau_y = \frac{q_y}{2} = \frac{n_0(p'_y - p'_o)}{2}$$

For the standard triaxial test,  $n_0 = 3$ .

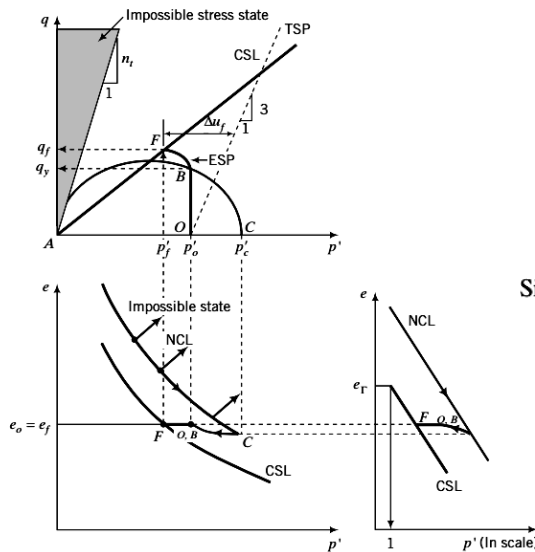
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

42

# Advanced Soil Mechanics

تعیین تنش‌های گسیختگی با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



$$\Delta V = 0 \text{ or } \Delta \varepsilon_p = 0 \text{ or } \Delta e = 0$$

$$e_f = e_o = e_\Gamma - \lambda \ln p'_f$$

$$p'_f = \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

Since  $q_f = Mp'_f$ , then

$$q_f = M \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

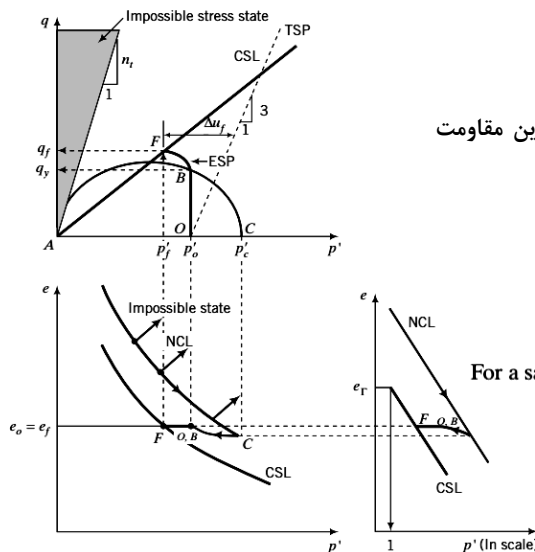
$$(s_u)_f = \frac{q_f}{2} = \frac{M}{2} \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

43

تعیین تنش‌های گسیختگی با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



$$(s_u)_f = \frac{q_f}{2} = \frac{M}{2} \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

در این رابطه کلیه پارامترها به جز  $e_o$  مقداری ثابت می‌باشند و بنابراین مقاومت برشی زهکشی نشده وابسته به مقدار  $e_o$  است.

$$\frac{(s_u)_A}{(s_u)_B} = \frac{\left[\exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)\right]_A}{\left[\exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)\right]_B} = \exp\left(\frac{(e_o)_B - (e_o)_A}{\lambda}\right)$$

For a saturated soil,  $e_o = wG_s$ , and we can then rewrite the above equation as

$$\frac{(s_u)_A}{(s_u)_B} = \exp\left[\frac{G_s(w_B - w_A)}{\lambda}\right]$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

44

# Advanced Soil Mechanics

تعیین تنش‌های گسیختگی با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



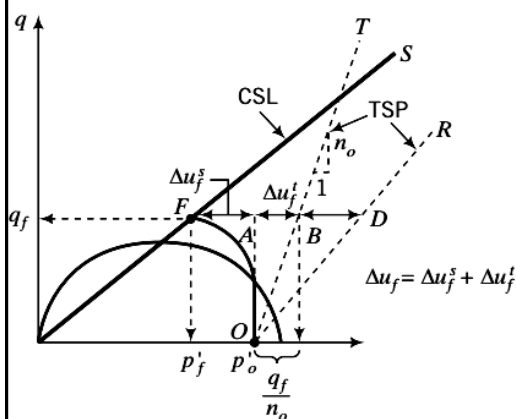
$$\frac{(s_u)_A}{(s_u)_B} = \exp\left[\frac{G_s(w_B - w_A)}{\lambda}\right]$$

برای مثال با افزایش رطوبت اشباع به میزان ۱ درصد برای خاک رس لای دار با  $G_s=2.7$  و  $\lambda=0.15$

$$\frac{(s_u)_A}{(s_u)_B} = 1.20$$

بنابراین با تغییر میزان رطوبت اشباع به میزان یک درصد، مقاومت برشی زهکشی نشده به اندازه ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

تعیین فشار آب حفره‌ای با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



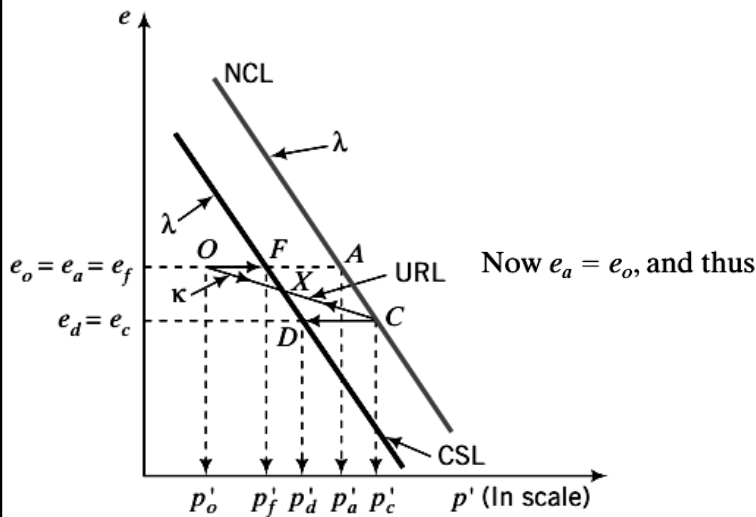
$$\Delta u_f = \Delta u_f^s + \Delta u_f^t = (p'_o - p'_f) + \frac{q_f}{n_o}$$

$$\Delta u_f = p'_o - p'_f + \frac{M p'_f}{n_o} = p'_o + p'_f \left( \frac{M}{n_o} - 1 \right) \quad p'_f = \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

$$\Delta u_f = p'_o + \left( \frac{M}{n_o} - 1 \right) \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right)$$

# Advanced Soil Mechanics

تعیین فشار آب حفره‌ای با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



$$e_a - e_c = \lambda \ln \frac{p'_c}{p'_a}$$

$$e_o - e_c = \kappa \ln \frac{p'_c}{p'_o} = \kappa \ln R_o$$

$$\lambda \ln \frac{p'_c}{p'_a} = \kappa \ln R_o$$

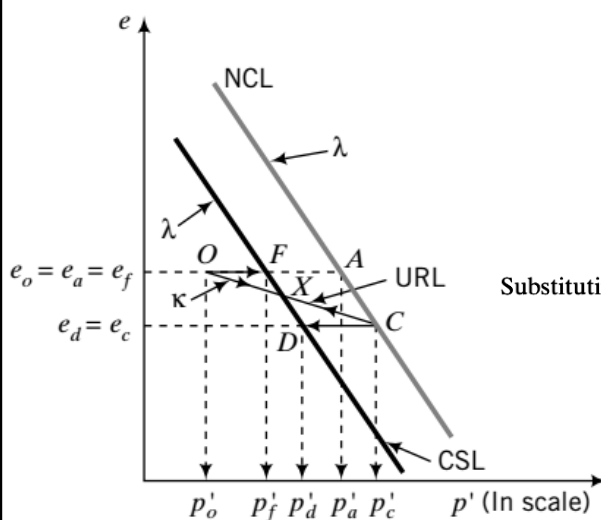
$$\lambda \ln \frac{p'_x}{p'_f} = \kappa \ln \frac{p'_x}{p'_o}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

47

تعیین فشار آب حفره‌ای با استفاده از مدل حالت بحرانی - آزمایش سه محوری زهکشی نشده



$$\lambda \ln \frac{p'_x}{p'_o} - \lambda \ln \frac{p'_x}{p'_f} = \lambda \ln \frac{p'_x}{p'_o} - \kappa \ln \frac{p'_x}{p'_o}$$

$$\lambda \ln \frac{p'_f}{p'_o} = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_x}{p'_o}$$

Substituting  $p'_x = \frac{p'_c}{2}$  and  $R_o = \frac{p'_c}{p'_o}$  into Equation (11.39) gives

$$\lambda \ln \frac{p'_f}{p'_o} = (\lambda - \kappa) \ln \frac{\frac{p'_c}{2}}{p'_o} = (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{R_o}{2} \right)$$

$$\frac{p'_f}{p'_o} = \left( \frac{R_o}{2} \right)^\Lambda$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

48



# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۴



A clay sample was isotropically consolidated under a cell pressure of 250 kPa in a triaxial test and then unloaded isotropically to a mean effective stress of 100 kPa. A standard CD test is to be conducted on the clay sample by keeping the cell pressure constant and increasing the axial stress. Predict the yield stresses,  $p'_y$  and  $q_y$ , if  $M = 0.94$ .

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

49

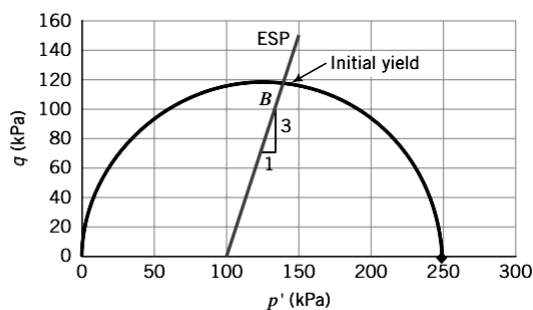
## مثال ۴



**Step 1:** Make a sketch or draw a scaled plot of the initial yield surface.

$$(p')^2 - 250p' + \frac{q_y^2}{(0.94)^2} = 0$$

The yield surface is the same as in Example 11.2. See Figure E11.5.



**FIGURE E11.5**

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

50

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۴



**Step 2:** Find the equation for the ESP.

The equation for the ESP is

$$p' = p'_o + \frac{q}{3}$$

See Figure E11.5.

**Step 3:** Find the intersection of the ESP with the initial yield surface.

Let  $B = (p'_y, q_y)$  be the yield stresses at the intersection of the initial yield surface with the ESP (Figure E11.5). At  $B$ , the equation for the yield surface is

$$(p'_y)^2 - 250p'_y + \frac{q_y^2}{(0.94)^2} = 0 \quad (1)$$

## مثال ۴



At  $B$ , the equation for the ESP is

$$p'_y = p'_o + \frac{q_y}{3} \quad (2)$$

Inserting Equation (2) into Equation (1), we can solve for  $q_y$  as follows:

$$\begin{aligned} \left(p'_o + \frac{q_y}{3}\right)^2 - 250\left(p'_o + \frac{q_y}{3}\right) + \frac{q_y^2}{(0.94)^2} &= 0 \\ = \left(100 + \frac{q_y}{3}\right)^2 - 250\left(100 + \frac{q_y}{3}\right) + \frac{q_y^2}{(0.94)^2} &= 0 \end{aligned}$$

The solution gives  $q_y = 117$  kPa and  $-103.5$  kPa. Since the test is compression, the correct solution is  $q_y = 117$  kPa (see Figure E11.5).

Solving for  $p'_y$  from Equation (2) gives

$$p'_y = p'_o + \frac{q_y}{3} = 100 + \frac{117}{3} = 139 \text{ kPa}$$

You can also use Equation (11.23). Try this for yourself.

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۵



Repeat Example 11.5, except that the clay was sheared under undrained condition. In addition, calculate the excess porewater pressure at initial yield.

## مثال ۵



**Step 1:** Identify given parameters.

$$p'_o = 100 \text{ kPa}, \quad p'_c = 250 \text{ kPa}, \quad R_o = \frac{p'_c}{p'_o} = \frac{250}{100} = 2.5$$

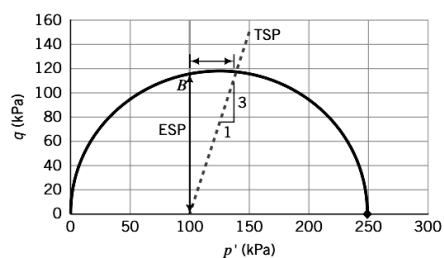
$$M = 0.94$$

**Step 2:** Calculate yield stresses.

$$q_y = Mp'_o \sqrt{R_o - 1} = 0.94 \times 100 \sqrt{2.5 - 1} = 115 \text{ kPa}$$

$$p'_y = p'_o = 100 \text{ kPa}$$

See Figure E11.6.



**FIGURE E11.6**

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۵



**Step 3:** Calculate the total mean stress at yield.

$$p_y = p_o + \frac{q_y}{3} = 100 + \frac{115}{3} = 138.3 \text{ kPa}$$

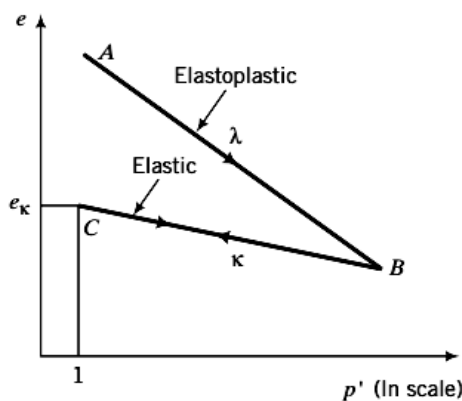
**Step 4:** Calculate the excess porewater pressure at yield.

$$\Delta u_y = p_y - p'_o = 138.3 - 100 = 38.3 \text{ kPa}$$

## سختی خاک



✓ پارامترهای مدول الاستیک مؤثر ( $E'$ )، مدول برشی ( $G$ ) و مدول حجمی مؤثر  $K'$  تعیین کننده سختی خاک می باشند.



$$e = e_\kappa - \lambda \ln p'$$

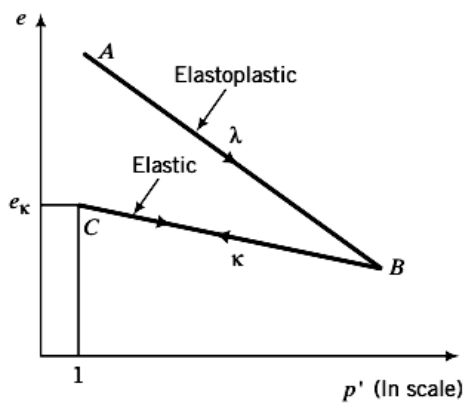
$$de = -\lambda \frac{dp'}{p'}$$

$$d\varepsilon_p^e = -\frac{de}{1 + e_o} = \frac{\lambda}{1 + e_o} \frac{dp'}{p'}$$

$$d\varepsilon_p^e = \frac{dp'}{K'}$$

# Advanced Soil Mechanics

## سختی خاک



$$\frac{dp'}{K'} = \frac{\kappa}{1 + e_o} \frac{dp'}{p'}$$

$$K' = \frac{p'(1 + e_o)}{\kappa}$$

$$E' = 3K'(1 - 2\nu')$$

## سختی خاک



$$E' = \frac{3p'(1 + e_o)(1 - 2\nu')}{\kappa}$$

$$G = \frac{E'}{2(1 + \nu')}$$

$$G = \frac{3p'(1 + e_o)(1 - 2\nu')}{2\kappa(1 + \nu')} = \frac{1.5 p'(1 + e_o)(1 - 2\nu')}{\kappa(1 + \nu')}$$

# Advanced Soil Mechanics

## پارامترهای سختی خاک مطابق Randolph (1978)



$$K'_{max} = \frac{1 + e_c}{\kappa} p'_c$$

where  $p'_c$  is the preconsolidation mean effective stress and  $e_c$  is the void ratio corresponding to  $p'_c$ .

$$e_c = e_o - \kappa \ln \frac{p'_c}{p'_o} = e_o - \kappa \ln R_o$$

$$E' = \frac{3 p'_c (1 + e_c) (1 - 2\nu')}{\kappa}$$

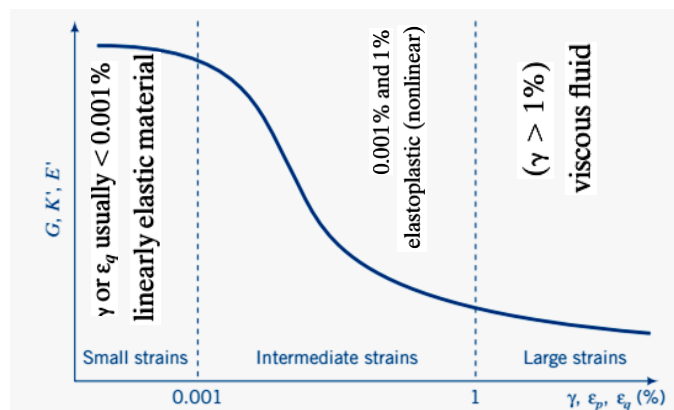
$$G = \frac{1.5 p'_c (1 + e_c) (1 - 2\nu')}{\kappa (1 + \nu')}$$

## تأثیر کرنش برشی بر پارامترهای سختی خاک



✓ با افزایش کرنش برشی خاک پارامترهای  $E'$  و  $G$  کاهش می‌یابند. همچنین با افزایش کرنش حجمی پارامتر  $K'$  کاهش می‌یابد.

✓ در مجموع می‌توان دید که با افزایش کرنش، پارامترهای سختی خاک کاهش می‌یابند.



# Advanced Soil Mechanics



## تأثیر کرنش برشی بر پارامترهای سختی خاک

✓ در عمل کرنش خاک معمولاً کمتر از 0.1% است. مقدار کرنش با دور شدن از محل پی کاهش می‌یابد و به همین دلیل در نزدیکی پی که مقدار کرنش بیشتر است، سختی خاک نیز کمتر و احتمال بروز گسیختگی خاک بیشتر است.

✓ در آزمون‌های آزمایشگاهی متداول خاک، امکان اندازه‌گیری دقیق کرنش‌های کمتر از 0.001% وجود ندارد و به همین دلیل به منظور تعیین سختی خاک در کرنش‌های کم از روش انتشار امواج استفاده می‌شود.

✓ در یکی از این روش‌ها، لرزش‌هایی در سطح و یا عمق مشخصی از خاک ایجاد می‌شود و سرعت موج برشی متناظر با آن اندازه‌گیری می‌شود. مدول برشی از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$G = \frac{\gamma(V_{sh})^2}{g}$$

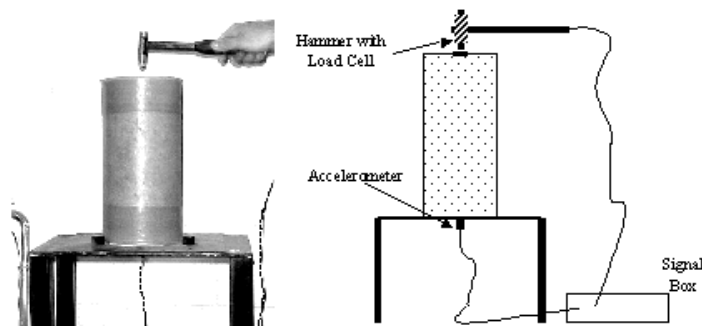
where  $\gamma$  is the bulk unit weight of the soil and  $g$  is the acceleration due to gravity.

## تعیین مدول برشی خاک در سطح کرنش پایین با استفاده از آزمایش ستون تشدید



✓ پارامترهای سختی خاک در سطوح کرنش برشی پایین در آزمایشگاه معمولاً با استفاده از آزمایش ستون تشدید اندازه‌گیری می‌شود.

✓ نتایج آزمایش ستون تشدید نشان می‌دهد که مدول برشی خاک علاوه بر سطح کرنش برشی به عواملی مانند نسبت تخلخل، نسبت پیش تحکیمی و تنش مؤثر متوسط بستگی دارد.



# Advanced Soil Mechanics

## روابط تجربی مدول برشی



Jamiolkowski et al. (1985) for Clays

$$G = \frac{198}{e^{1.3}} (R_o)^a \sqrt{p'} \text{ MPa}$$

where  $G$  is the initial shear modulus,  $p'$  is the mean effective stress (MPa), and  $a$  is a coefficient that depends on the plasticity index, as follows:

PI (%)	$a$
0	0
20	0.18
40	0.30
60	0.41
80	0.48
$\geq 100$	0.50

## روابط تجربی مدول برشی



Seed and Idriss (1970) for Sands

$$G = k_1 \sqrt{p'} \text{ MPa}$$

$e$	$k_1$	$D_r$ (%)	$k_1$
0.4	484	30	235
0.5	415	40	277
0.6	353	45	298
0.7	304	60	360
0.8	270	75	408
0.9	235	90	484



# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۶



### EXAMPLE 11.15 Calculation of Soil Stiffness

The in situ water content of a saturated soil sample taken at a depth of 5 m is 37%. The groundwater level is at 6 m below the surface. The results from a one-dimensional consolidation test on the sample are  $\lambda = 0.3$ ,  $\kappa = 0.05$ , and  $\text{OCR} = 1$ . If  $K_o = 0.5$  and  $\nu' = 0.3$ , calculate the effective elastic and bulk moduli and the shear modulus.

## مثال ۶



**Step 1:** Determine the initial void ratio.

$$e = wG_s = 0.37 \times 2.7 = 1.0$$

**Step 2:** Determine the initial mean effective stress.

$$\gamma_{sat} = \left( \frac{G_s + e_o}{1 + e_o} \right) \gamma_w = \left( \frac{2.7 + 1}{1 + 1} \right) 9.8 = 18.1 \text{ kN/m}^3$$

$$\sigma'_{zo} = \gamma_{sat} z = 18.1 \times 5 = 90.5 \text{ kPa}$$

$$p'_o = \frac{(1 + 2K_o)}{3} \sigma'_{zo} = \frac{1 + 2 \times 0.5}{3} \times 90.5 = 60.3 \text{ kPa}$$

**Step 3:** Determine stiffnesses.

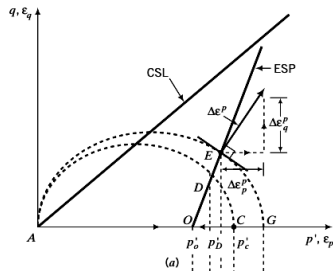
$$E' = \frac{3p'(1 + e_o)(1 - 2\nu')}{\kappa}$$

$$K' = \frac{p'(1 + e_o)}{\kappa} = \frac{90.5 \times (1 + 1)}{0.05}$$

$$G = \frac{E'}{2(1 + \nu')}$$

# Advanced Soil Mechanics

## محاسبه کرنش حجمی



$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_p^e + \Delta \varepsilon_p^p$$

$$\Delta e = e_D - e_E$$

$$e_D = e_C + \kappa \ln \frac{p'_C}{p'_D}$$

$$e_E = e_G + \kappa \ln \frac{p'_G}{p'_E}$$

$$e_G = e_C + \lambda \ln \frac{p'_G}{p'_C}$$

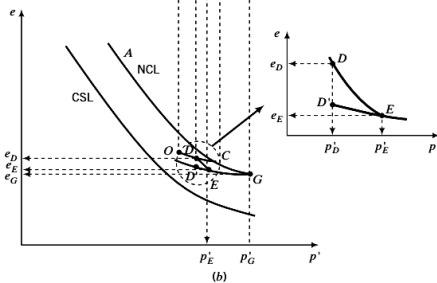
$$\Delta e = (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{p'_G}{p'_C} \right) + \kappa \ln \left( \frac{p'_E}{p'_D} \right)$$

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{1}{1 + e_o} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_G}{p'_C} + \kappa \ln \frac{p'_E}{p'_D} \right\}$$

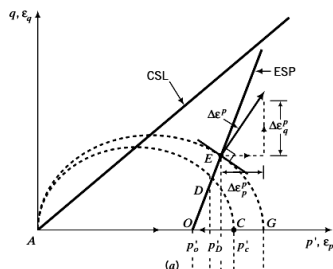
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

67



## محاسبه کرنش حجمی



$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{1}{1 + e_o} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_G}{p'_C} + \kappa \ln \frac{p'_E}{p'_D} \right\}$$

$$\Delta \varepsilon_p^e = \frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{e_D - e_E}{1 + e_o} = \frac{\kappa}{1 + e_o} \ln \frac{p'_E}{p'_D}$$

$$\Delta \varepsilon_p^p = \Delta \varepsilon_p - \Delta \varepsilon_p^e = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_o} \right) \ln \frac{p'_G}{p'_C}$$

✓ تحت شرایط زهکشی نشده کرنش حجمی کل برابر با صفر است و بنابراین داریم:

$$\Delta \varepsilon_p^e = -\Delta \varepsilon_p^p$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

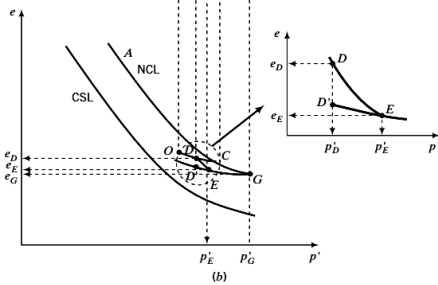
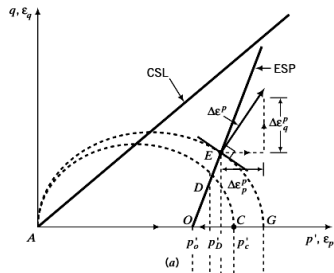
مکانیک خاک پیشرفته

68

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه کرنش‌های برشی



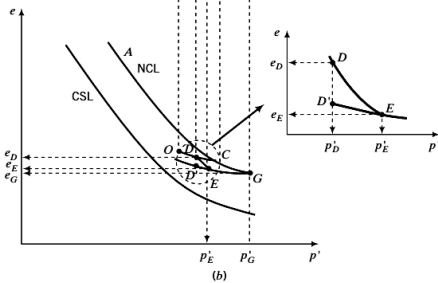
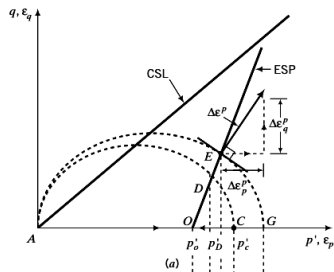
$$F = (p')^2 - p'p'_c + \frac{q^2}{M^2} = 0$$

$$dF = 2p'dp' - p'_c dp' + 2q \frac{dq}{M^2} = 0$$

$$\frac{dq}{dp'} = \left( \frac{p'_c/2 - p'}{q/M^2} \right)$$

$$-\frac{1}{dq/dp'} = -\frac{dp'}{dq}$$

## محاسبه کرنش‌های برشی



$$\frac{d\varepsilon_q^p}{d\varepsilon_p^p} = -\frac{dp'}{dq} = -\frac{q/M^2}{p'_c/2 - p'}$$

$$d\varepsilon_q^p = d\varepsilon_p^p \frac{q}{M^2(p' - p'_c/2)}$$

$$\Delta\varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \Delta q$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۷



A sample of clay was isotropically consolidated to a mean effective stress of 225 kPa and was then unloaded to a mean effective stress of 150 kPa, at which stress  $e_o = 1.4$ . A standard triaxial CD test is to be conducted. Calculate (a) the elastic strains at initial yield, and (b) the total volumetric and deviatoric strains for an increase of deviatoric stress of 12 kPa after initial yield. For this clay,  $\lambda = 0.16$ ,  $\kappa = 0.05$ ,  $\phi'_{cs} = 25.5^\circ$ , and  $\nu' = 0.3$ .

## مثال ۷



**Step 1:** Calculate initial stresses,  $R_o$  and  $M_c$ .

$$p'_c = 225 \text{ kPa}, \quad p'_o = 150 \text{ kPa}$$

$$R_o = \frac{225}{150} = 1.5$$

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}} = \frac{6 \sin 25.5^\circ}{3 - \sin 25.5^\circ} = 1$$

**Step 2:** Determine the initial yield stresses.

The yield stresses are the stresses at the intersection of the initial yield surface and the effective stress path.

$$\text{Equation for the yield surface: } (p')^2 - p'p'_c + \frac{q^2}{M_c^2} = 0$$

$$\text{Equation of the ESP: } p' = p'_o + \frac{q}{3}$$

$$\text{At the initial yield point } D \text{ (Figure 11.4): } p'_y = p'_o + \frac{q_y}{3} = 150 + \frac{q_y}{3}$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۷



Substituting  $p' = p'_y$ ,  $q = q_y$ , and the values for  $M_c$  and  $p'_c$  into the equation for the initial yield surface [Equation (11.4a)] gives

$$\left(150 + \frac{q_y}{3}\right)^2 - \left(150 + \frac{q_y}{3}\right)225 + \frac{q_y^2}{1^2} = 0$$

Simplification results in

$$q_y^2 + 22.5q_y - 10,125 = 0$$

The solution for  $q_y$  is  $q_y = 90$  kPa or  $q_y = -112.5$  kPa. The correct answer is  $q_y = 90$  kPa since we are applying compression to the soil sample. Therefore,

$$p'_y = 150 + \frac{q'_y}{3} = 150 + \frac{90}{3} = 180 \text{ kPa}$$

## مثال



**Step 4:** Determine expanded yield surface.

After initial yield:  $\Delta q = 12$  kPa

$$\therefore \Delta p' = \frac{\Delta q}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ kPa}$$

The stresses at  $E$  (Figure 11.4) are  $p'_E = p'_y + \Delta p = 180 + 4 = 184$  kPa, and

$$q_E = q_y + \Delta q = 90 + 12 = 102 \text{ kPa}$$

The preconsolidation mean effective stress (major axis) of the expanded yield surface is obtained by substituting  $p'_E = 184$  kPa and  $q_E = 102$  kPa in the equation for the yield surface [Equation (11.4e)]:

$$p'_c = p'_o + \frac{q^2}{M^2 p'_o} = 184 + \frac{102^2}{1^2 \times 184} = 240.5 \text{ kPa}$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۷



**Step 5:** Calculate strain increments after yield.

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{1}{1 + e_o} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_G}{p'_C} + \kappa \ln \frac{p'_E}{p'_D} \right\} = \frac{1}{1 + 1.4} \left\{ (0.16 - 0.05) \ln \frac{240.5}{225} + 0.05 \ln \frac{184}{180} \right\} = 35 \times 10^{-4}$$

$$\Delta \varepsilon_p^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_o} \ln \frac{p'_G}{p'_C} = \frac{0.16 - 0.05}{1 + 1.4} \ln \frac{240.5}{225} = 31 \times 10^{-4}$$

$$\Delta \varepsilon_q^p = \Delta \varepsilon_p^p \frac{q_E}{M_c^2 [p'_E - (p'_E)/2]} = 31 \times 10^{-4} \frac{102}{1^2 (184 - 240.5/2)} = 50 \times 10^{-4}$$

Assuming that  $G$  remains constant, we can calculate the elastic shear strain from

$$\text{Equation (11.123): } \Delta \varepsilon_q^e = \frac{\Delta q}{3G} = \frac{12}{3 \times 3655} = 11 \times 10^{-4}$$

**Step 6:** Calculate total strains.

$$\text{Total volumetric strains: } \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_p^e + \Delta \varepsilon_p^p = (38 + 35)10^{-4} = 73 \times 10^{-4}$$

$$\text{Total shear strains: } \varepsilon_q = \Delta \varepsilon_q^e + \Delta \varepsilon_q^p = [(82 + 11) + 50]10^{-4} = 173 \times 10^{-4}$$

## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده



۱- تنش مؤثر متوسط و تنش انحرافی در تسلیم اولیه  $(p'_y, q_y)$  را با استفاده از مختصات نقطه تلاقی سطح تسلیم اولیه و مسیر تنش مؤثر به دست آورید:

$$p'_y = \frac{(M^2 p'_c + 2n_o^2 p'_o) + \sqrt{(M^2 p'_c + 2n_o^2 p'_o)^2 - 4n_o^2 (M^2 + n_o^2) (p'_o)^2}}{2(M^2 + n_o^2)}$$

$$q_y = n_o (p'_y - p'_o)$$

۲- تنش مؤثر متوسط و تنش انحرافی را در هنگام گسیختگی با استفاده از روابط زیر تعیین کنید:

$$p'_f = \frac{n_o p'_o}{n_o - M}$$

$$q_f = M p'_f = \frac{n_o M p'_o}{n_o - M}$$

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۳- مدول برشی  $G$  را با استفاده از رابطه زیر به دست آورید:

$$G = \frac{3p'(1 + e_o)(1 - 2v')}{2\kappa(1 + v')} = \frac{1.5p'(1 + e_o)(1 - 2v')}{\kappa(1 + v')}$$

$$p' = (p'_o + p'_y)/2$$



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۴- کرنش حجمی الاستیک اولیه و کرنش انحرافی الاستیک اولیه را با استفاده از روابط زیر به دست آورید:

$$\Delta\varepsilon_p^e = \frac{\Delta p'}{K'}$$

$$\Delta\varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \Delta q$$

۵- مسیر تنش مؤثر مابین نقطه تسلیم اولیه و نقطه گسیختگی را به تعدادی فواصل تنش مساوی تقسیم کنید. فواصل با اندازه کوچک (۵ درصد اختلاف بین تنش انحرافی تسلیم و تنش انحرافی گسیختگی) نتایج دقیقتری می‌دهند.

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

برای هر نمو تنش مؤثر متوسط تا لحظه گسیختگی مراحل زیر را انجام دهید:  
۶- تنش پیش تحکیمی  $P'_c$  را برای هر نمو با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید.

$$p'_c = p' + \frac{q^2}{M^2 p'}$$

۷- نمو کل کرنش حجمی را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{1}{1 + e_o} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_G}{p'_C} + \kappa \ln \frac{p'_E}{p'_D} \right\}$$



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۸- نمو کرنش حجمی پلاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\Delta \varepsilon_p^p = \Delta \varepsilon_p - \Delta \varepsilon_p^e = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_o} \right) \ln \frac{p'_G}{p'_C}$$

۹- نمو کرنش انحرافی پلاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$d\varepsilon_q^p = d\varepsilon_p^p \frac{q}{M^2(p' - p'_c/2)}$$

۱۰- نمو کرنش انحرافی الاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\Delta \varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \Delta q$$



# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۱۱- نمو کرنش الاستیک و نمو کرنش پلاستیک انحرافی را با هم جمع کنید تا مقدار نمو کرنش انحرافی کل محاسبه شود.

۱۲- نمو های کرنش حجمی را با هم جمع کنید.

۱۳- نمو های کرنش برشی را با هم جمع کنید.

۱۴- مقدار کرنش محوری را با استفاده از رابطه زیر به دست آورید:

$$\varepsilon_1 = \frac{3\varepsilon_q + \varepsilon_p}{3} = \varepsilon_q + \frac{\varepsilon_p}{3}$$

۱۵- در صورت نیاز تنش‌های اصلی مؤثر از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$\sigma'_1 = \frac{2q}{3} + p' \quad \text{and} \quad \sigma'_3 = p' - \frac{q}{3}$$



## مثال ۸

پارامترهای زیر از آزمایش تحکیم همسانگرد و برش سه محوری زهکشی شده برای یک خاک به دست آمده‌اند. مطلوبست ترسیم:

- نمودار منحنی کرنش محوری در مقابل تنش انحرافی
- نمودار کرنش حجمی در مقابل کرنش محوری

$$\lambda = 0.25, \kappa = 0.05, \phi'_{cs} = 24^\circ, \nu' = 0.3, e_o = 1.15, p'_o = 200 \text{ kPa}, p'_c = 250 \text{ kPa}.$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۸



$$\text{Calculate } M_c: M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}} = \frac{6 \sin 24^\circ}{3 - \sin 24^\circ} = 0.94$$

$$\begin{aligned} \text{Calculate } e_\Gamma: e_\Gamma &= e_o + (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_c}{2} + \kappa \ln p'_o \\ &= 1.15 + (0.25 - 0.05) \ln \frac{250}{2} + 0.05 \ln 200 = 2.38 \end{aligned}$$

For the standard triaxial test,  $n_o = 3$ .

## مثال ۸



**Step 1:**

$$\begin{aligned} p'_y &= \frac{(M^2 p'_c + 2n_o^2 p'_o) + \sqrt{(M^2 p'_c + 2n_o^2 p'_o)^2 - 4n_o^2 (M^2 + n_o^2) (p'_o)^2}}{2(M^2 + n_o^2)} \\ &= \frac{(0.94^2 \times 250 + 2 \times 9 \times 200) + \sqrt{(0.94^2 \times 250 + 2 \times 9 \times 200)^2 - 4 \times 9 \times (0.94^2 + 9)(200)^2}}{2(0.94^2 + 9)} \\ &= 224 \text{ kPa} \\ q_y &= 3(p'_y - p'_o) = 3(224 - 200) = 72 \text{ kPa} \end{aligned}$$

**Step 2:**

$$\begin{aligned} p'_f &= \frac{3p'_o}{3 - M} \\ p'_f &= \frac{3 \times 200}{3 - 0.94} = 291.3 \text{ kPa}, \quad q_f = Mp'_f = 0.94 \times 291.3 = 273.8 \text{ kPa} \end{aligned}$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۸



**Step 3:**  $p'_{av} = \frac{200 + 224}{2} = 212 \text{ kPa}$

$$G = \frac{1.5p'(1 + e_o)(1 - 2\nu')}{\kappa(1 + \nu')} = \frac{1.5 \times 212(1 + 1.15) \times (1 - 2 \times 0.3)}{0.05(1 + 0.3)} = 4207 \text{ kPa}$$

**Step 4:**  $(\Delta\varepsilon_q^e)_{initial} = \frac{\Delta q}{3G} = \frac{71.9}{3 \times 4207} = 5.7 \times 10^{-3}$

$$(\Delta\varepsilon_p^e)_{initial} = \frac{\kappa}{1 + e_o} \ln \frac{p'_y}{p'_o} = \frac{0.05}{1 + 1.15} \ln \frac{224}{200} = 2.6 \times 10^{-3}$$

**Step 5:** Let  $\Delta p' = 4 \text{ kPa}$ ; then  $\Delta q = n_o \times \Delta p' = 3 \times 4 = 12 \text{ kPa}$ .

First stress increment after the initial yield follows.

**Step 6:**  $p' = 224 + 4 = 228 \text{ kPa}$ ,  $q = 71.9 + 12 = 83.9 \text{ kPa}$

$$p'_c = p' + \frac{q^2}{M^2 p'} = 228 + \frac{83.9^2}{0.94^2 \times 228} = 262.9 \text{ kPa}$$

## مثال ۸



**Step 7:**  $\Delta\varepsilon_p = \frac{1}{1 + e_o} \left\{ (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_G}{p'_c} + \kappa \ln \frac{p'_E}{p'_D} \right\} = \frac{1}{1 + 1.15} \left\{ (0.25 - 0.05) \ln \frac{262.9}{250} + 0.05 \ln \frac{228}{224} \right\} = 5.1 \times 10^{-3}$

**Step 8:**  $\Delta\varepsilon_p^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_o} \ln \frac{p'_G}{p'_c} = \frac{(0.25 - 0.05)}{1 + 1.15} \ln \frac{262.9}{250} = 4.6 \times 10^{-3}$

**Step 9:**  $\Delta\varepsilon_q^p = \Delta\varepsilon_p^p \frac{q}{M^2(p' - p'_c/2)} = 4.6 \times 10^{-3} \frac{83.9}{0.94^2(228 - 262.9/2)} = 4.5 \times 10^{-3}$

**Step 10:** Assuming  $G$  is constant,

$$\Delta\varepsilon_q^e = \frac{\Delta q}{3G} = \frac{12}{3 \times 4207} = 1.0 \times 10^{-3}$$

**Step 11:**  $\Delta\varepsilon_q = \Delta\varepsilon_q^e + \Delta\varepsilon_q^p = (1.0 + 4.5) \times 10^{-3} = 5.5 \times 10^{-3}$

**Step 12:**  $\varepsilon_p = (\Delta\varepsilon_p^e)_{initial} + \Delta\varepsilon_p^p = (2.6 + 5.1) \times 10^{-3} = 7.7 \times 10^{-3}$

**Step 13:**  $\varepsilon_q = (\Delta\varepsilon_q^e)_{initial} + \Delta\varepsilon_q^p = (5.7 + 5.5) \times 10^{-3} = 11.2 \times 10^{-3}$

**Step 14:**  $\varepsilon_1 = \varepsilon_q + \frac{\varepsilon_p}{3} = \left( 11.2 + \frac{7.7}{3} \right) \times 10^{-3} = 13.8 \times 10^{-3}$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۸



Given data		Calculated values			
$\lambda$	0.25	$M$	0.94	$\Delta p'$	4 kPa*
$\kappa$	0.05	$R_o$	1.25	$\Delta q$	12 kPa
$\phi'_{cs}$	24	$e_{\Gamma}$	2.38	$G$	4207.0 kPa
$e_o$	1.15	$p'_f$	291.4 kPa	$\Delta \epsilon_p^e$	0.0026
$p'_o$	200 kPa	$q_f$	274.2 kPa	$\Delta \epsilon_q^e$	0.0057
$p'_c$	250 kPa	$p'_y$	224.0 kPa		
$\nu'$	0.3	$q_y$	71.9 kPa		

\*Selected increment.

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

87

## مثال ۸



$p'$ (kPa)	$\Sigma \Delta q$ (kPa)	$q$ (kPa)	$p'_c$ (kPa)	$\Delta \epsilon_p$ $\times 10^{-3}$	$\epsilon_p = \Sigma \Delta \epsilon_p$ $\times 10^{-3}$	$\epsilon_p^p$ $\times 10^{-3}$	$\epsilon_q^p$ $\times 10^{-3}$	$\epsilon_q^e$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \epsilon_q$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \epsilon_q = \Sigma \epsilon_q$ $\times 10^{-3}$	$\epsilon_1$ $\times 10^{-3}$
0	0	0	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
224.0	0.0	71.9	250.0	2.6	2.6	0.0	0.0	5.7	5.7	5.7	6.6
228.0	12.0	83.9	262.8	5.1	7.7	4.6	4.6	1.0	5.5	11.2	13.8
232.0	24.0	95.9	276.7	6.4	14.1	4.8	5.5	1.0	6.5	17.7	22.4
236.0	36.0	107.9	291.6	6.5	20.6	4.9	6.6	1.0	7.6	25.3	32.1
240.0	48.0	119.9	307.6	6.6	27.2	4.9	7.8	1.0	8.7	34.0	43.0
244.0	60.0	131.9	324.4	6.6	33.8	5.0	9.1	1.0	10.0	44.0	55.2
248.0	72.0	143.9	342.2	6.6	40.3	5.0	10.5	1.0	11.4	55.4	68.9
252.0	84.0	155.9	360.8	6.5	46.9	4.9	12.1	1.0	13.1	68.5	84.1
256.0	96.0	167.9	380.3	6.5	53.3	4.9	14.1	1.0	15.0	83.5	101.3
260.0	108.0	179.9	400.5	6.4	59.7	4.8	16.4	1.0	17.3	100.8	120.8
264.0	120.0	191.9	421.4	6.3	66.0	4.7	19.3	1.0	20.3	121.1	143.1
268.0	132.0	203.9	443.1	6.2	72.2	4.7	23.1	1.0	24.1	145.2	169.2
272.0	144.0	215.9	465.4	6.1	78.3	4.6	28.4	1.0	29.4	174.6	200.6
276.0	156.0	227.9	488.4	5.9	84.2	4.5	36.3	1.0	37.3	211.9	239.9
280.0	168.0	239.9	512.0	5.8	90.0	4.4	49.7	1.0	50.6	262.5	292.5
284.0	180.0	251.9	536.2	5.7	95.7	4.3	77.1	1.0	78.1	340.5	372.4
288.0	192.0	263.9	561.0	5.6	101.3	4.2	167.7	1.0	168.7	509.2	543.0

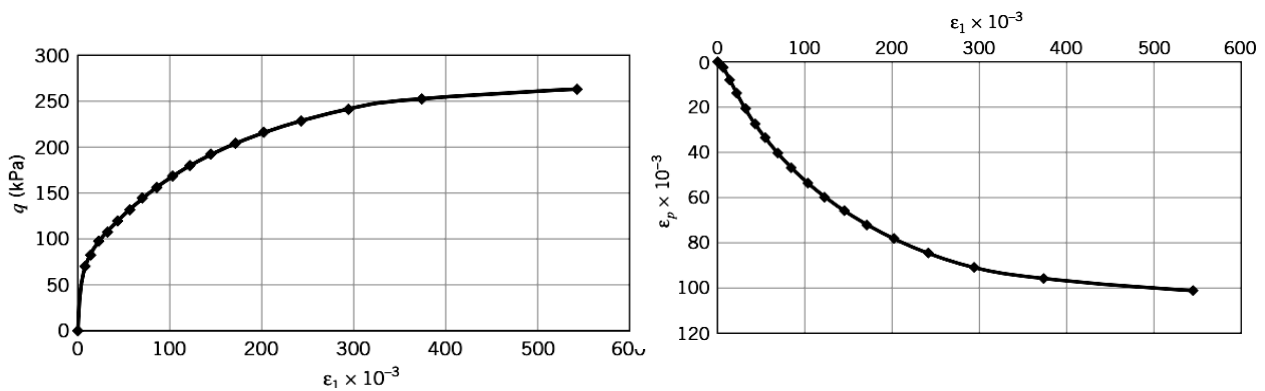
دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

88

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۸



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

89

## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده



۱- تنش مؤثر متوسط و تنش انحرافی در تسلیم اولیه  $(p'_y, q_y)$  را محاسبه کنید. توجه داشته باشید که در این حالت مسیر تنش مؤثر در زیر سطح تسلیم به صورت یک خط قائم است، بنابراین  $(P'_y = P_0)$

$$q_y = Mp'_o \sqrt{\frac{p'_c}{p'_o} - 1}$$

۲- تنش مؤثر متوسط و تنش انحرافی را در هنگام گسیختگی با استفاده از روابط زیر تعیین کنید:

$$p'_f = \exp\left(\frac{e_f - e_o}{\lambda}\right)$$

$$q_f = Mp'_f$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

90

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۳- مدول برشی  $G$  را با استفاده از رابطه زیر به دست آورید:

$$G = \frac{1.5 p'_c (1 + e_c) (1 - 2\nu')}{\kappa (1 + \nu')}$$

۴- کرنش حجمی الاستیک اولیه و کرنش انحرافی الاستیک اولیه را با استفاده از روابط زیر به دست آورید:

$$\Delta \varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \Delta q$$



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۵- مسیر تنش مؤثر مابین نقطه تسلیم اولیه و نقطه گسیختگی را به تعدادی فواصل تنش مساوی تقسیم کنید. فواصل با اندازه کوچک (۵ درصد اختلاف بین تنش انحرافی تسلیم و تنش انحرافی گسیختگی) نتایج دقیقتری می‌دهند.

۶- تنش پیش تحکیمی را در هر گام تنش مؤثر متوسط با استفاده از رابطه زیر محاسبه نمایید:

$$p'_c = (p'_c)_{prev} \left( \frac{p'_{prev}}{p'} \right)^{\kappa / (\lambda - \kappa)}$$

۷- مقدار تنش انحرافی را در پایان هر گام به دست آورید:

$$q = Mp' \sqrt{\frac{p'_c}{p'}} - 1$$

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۸- نمو کرنش حجمی الاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\Delta \varepsilon_p^e = \frac{\Delta p'}{K'}$$

۹- نمو کرنش حجمی پلاستیک را محاسبه نمایید. با توجه به اینکه در حالت زهکشی نشده، کرنش حجمی کل برابر با صفر است داریم:

$$\Delta \varepsilon_p^p = -\Delta \varepsilon_p^e.$$



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۱۰- نمو کرنش انحرافی پلاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$d\varepsilon_q^p = d\varepsilon_p^p \frac{q}{M^2(p' - p'_c/2)}$$

۱۱- نمو کرنش انحرافی الاستیک را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\Delta \varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \Delta q$$

# Advanced Soil Mechanics



## محاسبه پاسخ‌های تنش و کرنش - فشاری زهکشی شده

۱۲- نمو کرنش الاستیک و نمو کرنش پلاستیک انحرافی را با هم جمع کنید تا مقدار نمو کرنش انحرافی کل محاسبه شود.

۱۳- نمو های کرنش انحرافی کل را با هم جمع کنید. در حالت زهکشی نشده داریم:  $\varepsilon_1 = \varepsilon_q$

۱۴- تنش کل متوسط را در هر گام با توجه به مسیر تنش تنش کل محاسبه نمایید. توجه داشته باشید که مقدار  $q$  از مرحله ۷ مشخص است و برای آزمایش سه محوری زهکشی نشده استاندارد داریم:

$$p = p'_o + q/n_o \text{ where } n_o = 3.$$

۱۵- فشار آب منفذی را با کسر نمودن تنش موثر متوسط از تنش کل به دست آورید.



## مثال ۹

پارامترهای زیر از آزمایش تحکیم ایزوتروپیک و برش سه محوری زهکشی نشده برای یک خاک به دست آمده‌اند. مطلوبست ترسیم:

- نمودار منحنی تنش انحرافی در برابر کرنش محوری
- نمودار فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری

$$\lambda = 0.25, \kappa = 0.05, \phi'_{cs} = 24^\circ, \nu' = 0.3, e_o = 1.15, p'_o = 200 \text{ kPa}, p'_c = 250 \text{ kPa}.$$



# Advanced Soil Mechanics



## مثال ۹

پارامترهای زیر از آزمایش تحکیم ایزوتروپیک و برش سه محوری زهکشی نشده برای یک خاک به دست آمده‌اند. مطلوبست ترسیم :

- نمودار منحنی تنش انحرافی در برابر کرنش محوری
- نمودار فشار آب حفره‌ای در مقابل کرنش محوری

$$\lambda = 0.25, \kappa = 0.05, \phi'_{cs} = 24^\circ, \nu' = 0.3, e_o = 1.15, p'_o = 200 \text{ kPa}, p'_c = 250 \text{ kPa}.$$



## مثال ۹

$$\text{Calculate } M_c: M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}} = \frac{6 \sin 24^\circ}{3 - \sin 24^\circ} = 0.94$$

$$\begin{aligned} \text{Calculate } e_\Gamma: e_\Gamma &= e_o + (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_c}{2} + \kappa \ln p'_o \\ &= 1.15 + (0.25 - 0.05) \ln \frac{250}{2} + 0.05 \ln 200 = 2.38 \end{aligned}$$

For the standard triaxial test,  $n_o = 3$ .

# Advanced Soil Mechanics



## مثال ۹

**Step 1:**

$$q_y = Mp'_o \sqrt{\frac{p'_c}{p'_o} - 1} = 0.94 \times 200 \sqrt{\frac{250}{200} - 1} = 94 \text{ kPa}$$

**Step 2:**

$$p'_f = \exp\left(\frac{e_\Gamma - e_o}{\lambda}\right) = \exp\left(\frac{2.38 - 1.15}{0.25}\right) = 137 \text{ kPa}$$

$$q_f = Mp'_f = 0.94 \times 137 = 128.8 \text{ kPa}$$

**Step 3:**

$$G = \frac{1.5p'(1 + e_o)(1 - 2v')}{\kappa(1 + v')} = \frac{1.5 \times 200(1 + 1.15) \times (1 - 2 \times 0.3)}{0.05(1 + 0.3)} = 3969.2 \text{ kPa}$$

**Step 4:**

$$(\Delta\varepsilon_q^e)_{\text{initial}} = \frac{\Delta q}{3G} = \frac{94}{3 \times 3969.2} = 7.9 \times 10^{-3}$$

**Step 5:**

Let  $\Delta p' = 3 \text{ kPa}$ .

First stress increment after the initial yield follows.



## مثال ۹

**Step 6:**

$$p' = p'_o - \Delta p' = 200 - 3 = 197 \text{ kPa}$$

$$p'_c = (p'_c)_{\text{prev}} \left(\frac{p_{\text{prev}}}{p}\right)^{\kappa/(\lambda-\kappa)} = 250 \left(\frac{200}{197}\right)^{0.05/(0.25-0.05)} = 250.9 \text{ kPa}$$

**Step 7:**

$$q = Mp' \sqrt{\frac{p'_c}{p'} - 1} = 0.94 \times 197 \sqrt{\frac{250.9}{197} - 1} = 97 \text{ kPa}$$

**Step 8:**

$$\Delta\varepsilon_p^e = \frac{\kappa}{1 + e_o} \ln \frac{p'_{\text{prev}}}{p'} = \frac{0.05}{1 + 1.15} \ln \frac{200}{197} = 0.35 \times 10^{-3}$$

**Step 9:**

$$\Delta\varepsilon_p^p = -\Delta\varepsilon_p^e = -0.35 \times 10^{-3}$$

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۹



**Step 10:** Compression is positive.

$$\Delta \varepsilon_q^p = \Delta \varepsilon_p^p \frac{q}{M^2(p' - p'_c/2)} = 0.35 \times 10^{-3} \frac{97}{0.94^2(197 - 250.9/2)} = 0.54 \times 10^{-3}$$

**Step 11:** 
$$\Delta \varepsilon_q^e = \frac{\Delta q}{3G} = \frac{97 - 94.1}{3 \times 3969.2} = 0.24 \times 10^{-3}$$

**Step 12:** 
$$\Delta \varepsilon_q = \varepsilon_q^e + \Delta \varepsilon_q^p = (0.24 + 0.54) \times 10^{-3} = 0.78 \times 10^{-3}$$

**Step 13:** 
$$\varepsilon_q = \varepsilon_1 = (\Delta \varepsilon_q^e)_{initial} + \Delta \varepsilon_q = (7.9 + 0.78) \times 10^{-3} = 8.7 \times 10^{-3}$$

**Step 14:** 
$$p = p'_o + \frac{q}{3} = 200 + \frac{97}{3} = 232.3 \text{ kPa}$$

**Step 15:** 
$$\Delta u = p - p' = 232.3 - 197 = 35.3 \text{ kPa}$$

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

101

## مثال ۹



### Undrained Triaxial Test

Given data		Calculated values			
$\lambda$	0.25	$M$	0.94	$\Delta p$	3 kPa
$\kappa$	0.05	$R_o$	1.25	$\Delta q$	9 kPa
$\phi'_{cs}$	24	$e_{\Gamma}$	2.38	$G$	3969.2 kPa
$e_o$	1.15	$p'_f$	137.3 kPa	$\varepsilon_p^e$	0
$p'_o$	200 kPa	$q_f$	129.2 kPa	$\varepsilon_q^e$	0.0079
$p'_c$	250 kPa	$p'_y$	200.0 kPa		
$v'$	0.3	$q_y$	94.1 kPa		
		$\Delta u_f$	105.8 kPa		

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

102

# Advanced Soil Mechanics

## مثال ۹



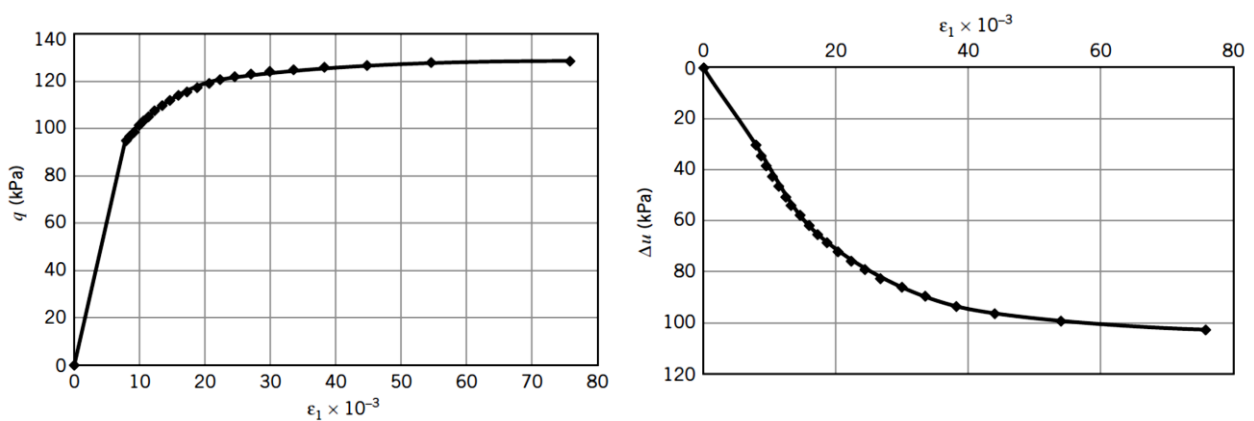
$p'$ (kPa)	$p'_c$ (kPa)	$q$ (kPa)	$\Delta \varepsilon_p^e$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \varepsilon_p^p$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \varepsilon_q^p$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \varepsilon_p^e$ $\times 10^{-3}$	$\Delta \varepsilon_q^e$ $\times 10^{-3}$	$\varepsilon_q = \sum \Delta \varepsilon_q$ $\times 10^{-3}$	$\varepsilon_1$ $\times 10^{-3}$	$p$ (kPa)	$\Delta u$ (kPa)
0	0	0		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0
200.0	250.0	94.1		0.0	0.0	7.9	7.9	7.9	7.9	231.4	31.4
197.0	250.9	97.0	-0.4	0.4	0.5	0.2	0.8	8.7	8.7	232.3	35.3
194.0	251.9	99.7	-0.4	0.4	0.6	0.2	0.8	9.5	9.5	233.2	39.2
191.0	252.9	102.3	-0.4	0.4	0.6	0.2	0.9	10.4	10.4	234.1	43.1
188.0	253.9	104.7	-0.4	0.4	0.7	0.2	0.9	11.3	11.3	234.9	46.9
185.0	254.9	107.0	-0.4	0.4	0.8	0.2	1.0	12.3	12.3	235.7	50.7
182.0	256.0	109.2	-0.4	0.4	0.9	0.2	1.0	13.3	13.3	236.4	54.4
179.0	257.0	111.2	-0.4	0.4	1.0	0.2	1.1	14.4	14.4	237.1	58.1
176.0	258.1	113.1	-0.4	0.4	1.1	0.2	1.2	15.7	15.7	237.7	61.7
173.0	259.2	114.9	-0.4	0.4	1.2	0.2	1.3	17.0	17.0	238.3	65.3
170.0	260.4	116.6	-0.4	0.4	1.3	0.1	1.5	18.5	18.5	238.9	68.9
167.0	261.5	118.2	-0.4	0.4	1.5	0.1	1.7	20.2	20.2	239.4	72.4
164.0	262.7	119.7	-0.4	0.4	1.7	0.1	1.9	22.0	22.0	239.9	75.9
161.0	263.9	121.1	-0.4	0.4	2.0	0.1	2.1	24.2	24.2	240.4	79.4
158.0	265.2	122.5	-0.4	0.4	2.4	0.1	2.5	26.7	26.7	240.8	82.8
155.0	266.4	123.7	-0.4	0.4	2.9	0.1	3.0	29.6	29.6	241.2	86.2
152.0	267.8	124.8	-0.5	0.5	3.5	0.1	3.6	33.3	33.3	241.6	89.6
149.0	269.1	125.9	-0.5	0.5	4.6	0.1	4.6	37.9	37.9	242.0	93.0
146.0	270.5	126.9	-0.5	0.5	6.3	0.1	6.4	44.3	44.3	242.3	96.3
143.0	271.9	127.8	-0.5	0.5	9.9	0.1	9.9	54.2	54.2	242.6	99.6
140.0	273.3	128.6	-0.5	0.5	21.4	0.1	21.5	75.7	75.7	242.9	102.9
138.0	274.3	129.1	-0.3	0.3	57.4	0.0	57.5	133.2	133.2	243.0	105.0

دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

103

## مثال ۹



دانشگاه صنعتی سیرجان

مکانیک خاک پیشرفته

104